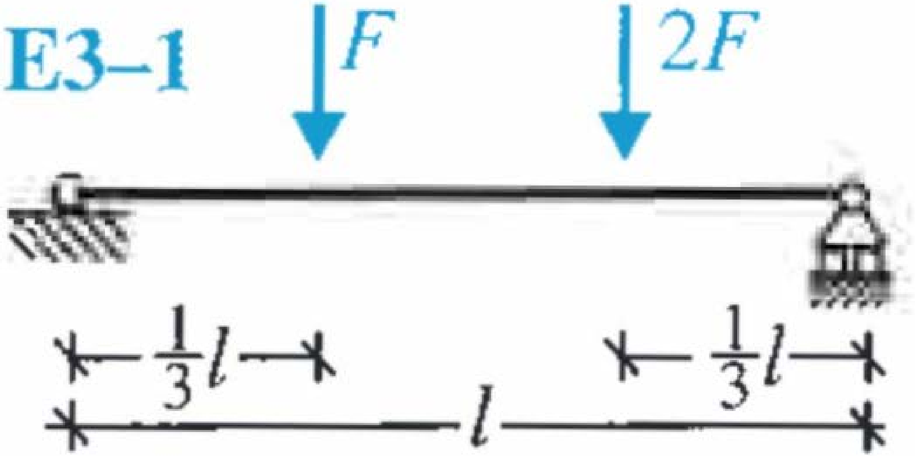
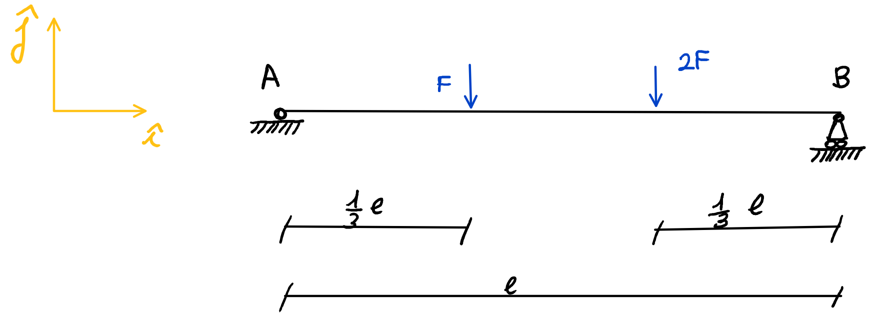
Esercizio 3-1 Casini Vasta 3a edizione

Risolvere il seguente problema statico



Esercizio E3.1

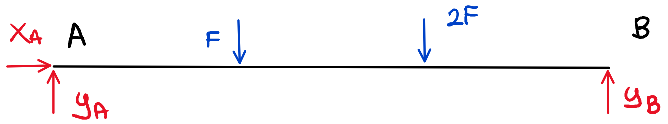
lunedì 21 ottobre 2019 16:59



Si ha un unico corpo rigido vincolato a muoversi nel piano per cui $n = 3$, dove n è il numero di gradi di libertà.

Sono presenti due vincoli, una cerniera in A ed un carrello in B. Tenendo conto della loro molteplicità, pari a 2 per la cerniera e 1 per il carrello, si ha un totale di vincoli semplici m pari a 3.

Si sostituiscono i vincoli con le reazioni da loro esercitate.



Scegliendo come polo A, si richiede che vengano rispettate le 3 equazioni cardinali.

$$(\rightarrow) \qquad x_A = 0$$

$$(\uparrow) \qquad y_A + y_B - F - 2F = 0$$

$$(\circlearrowleft^{A}) \qquad l\, y_B - F\, \frac{l}{3} - 2F\, \frac{2}{3} l = 0$$

Questo sistema può essere scritto in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3F \\ \frac{5}{3} Fl \end{pmatrix}.$$

Introducendo il vettore delle reazioni vincolari incognite $\underline{r} = (x_A \;\; y_A \;\; y_B)^T$, con $\underline{r} \in \mathbb{R}^m$, ed il vettore delle forze attive $\underline{f} = -(0 \;\; 3F \;\; 5/3\, F)^T$, con $\underline{f} \in \mathbb{R}^n$, il sistema si può riscrivere nella forma:

$$\underline{B}\, \underline{r} = -\underline{f}$$

dove $\underline{B}$ è la matrice di equilibrio di ordine $n \times m$, in questo caso data da:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

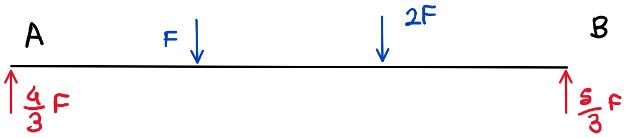
dove $\underline{B}$ è la matrice di equilibrio di ordine $m \times m$, in questo caso data da:

$$\underline{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \ell \end{pmatrix}.$$

Il rango p della matrice $\underline{B}$ è massimo, pari a 3, essendo $\det(\underline{B}) = \ell \neq 0$. Si ha quindi $m = n = p$ pertanto il sistema in questione ammette un'unica soluzione per il teorema di Rouché - Capelli. Il sistema è staticamente determinato o isostatico. La soluzione unica può essere trovata risolvendo il sistema, ad esempio, con il metodo di sostituzione.

$$\begin{cases} x_A = 0 \\ y_A + y_B = 3F \\ \ell y_B = \frac{5}{3} F\ell \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_A = \frac{4}{3} F \\ y_B = \frac{5F}{3} \end{cases}$$

Il vettore delle reazioni vincolari che risolve questo sistema è $\underline{r} = \left(0 \quad \frac{4}{3}F \quad \frac{5}{3}F\right)^T$.
È possibile quindi rappresentare il corrispondente diagramma di struttura libera:



Dichiaro che questo elaborato è esclusivamente frutto del mio lavoro, non è stato copiato da altri.

Annalisa Genovesi