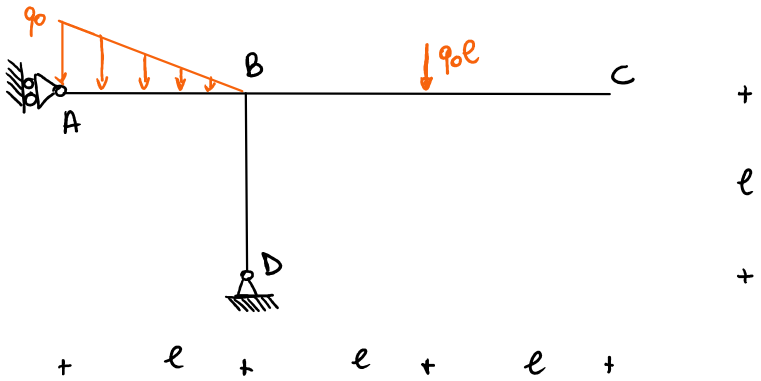
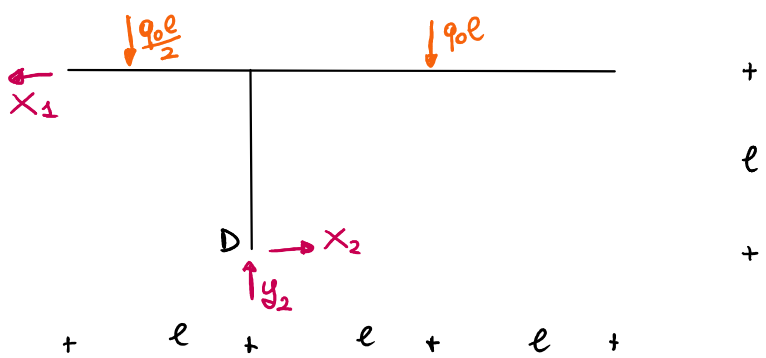
# Statica della trave

martedì 5 novembre 2019 15:03




La struttura è costituita da 3 travi saldate in un punto vincolate attraverso un carrello in A, molteplicità 1, e una cerniera in D, di molteplicità 2. Il numero di vincoli semplici è uguale al grado di libertà. Il corpo è in equilibrio poiché presenta due centri di rotazione distinti, uno coincidente con D e l'altro, per il teorema di Chasles, sulla retta orizzontale passante per A.

Per determinare le reazioni dei vincoli sostituisco il carico distribuito con la forza concentrata dinamicamente equivalente e ciascun vincolo con le reazioni da esso esercitate. I valori incogniti possono essere ottenuti imponendo opportunamente le equazioni cardinali per la statica.




$$(\uparrow) \quad y_2 = \frac{q_0 l}{2} + q_0 l = \frac{3}{2} q_0 l$$

$$(\rightarrow) \quad x_2 = x_1$$

$$(\circlearrowleft_D) \quad x_1 l + \frac{q_0 l^2}{3} = q_0 l^2$$

$$x_1 = \frac{2}{3} q_0 l$$

Per cui il diagramma di struttura libera è il seguente.

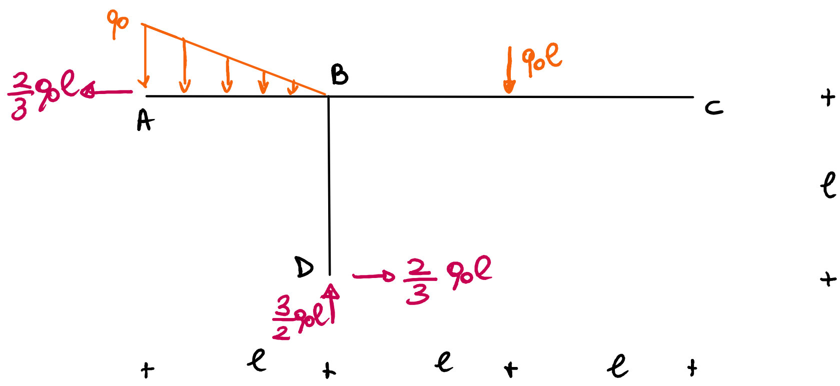
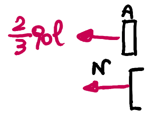



Diagramma della sollecitazione assiale.

Diagramma della sollecitazione assiale.

Assumo come positivo per la forza interna assiale di una trave il verso uscente dalla superficie considerata.

Nel tratto AB è presente solo una forza concentrata applicata in A, dunque la normale è costante e, facendo riferimento in particolare al concio in A si ha che $N = \frac{2}{3} q_0 \ell$.




Analogo discorso per il tratto BD, da cui si ottiene $N = -\frac{3}{2} q_0 \ell$.

Nel tratto BC la reazione normale è ovunque nulla.

Il diagramma della sollecitazione assiale è il seguente

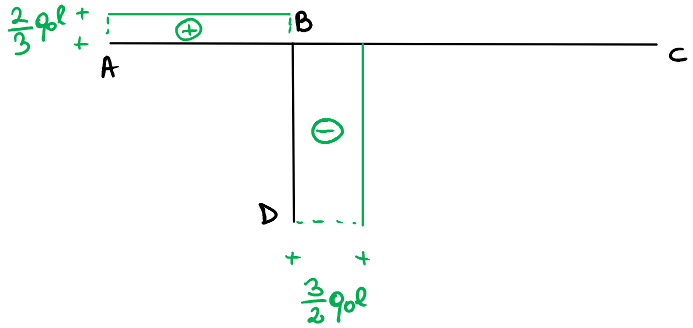
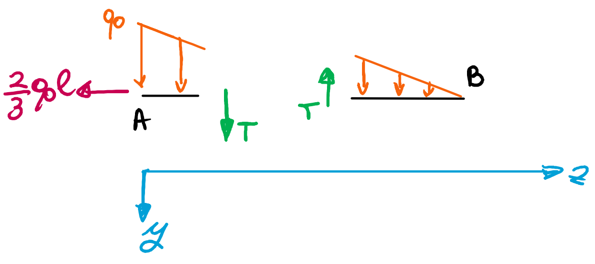



Diagramma del taglio.

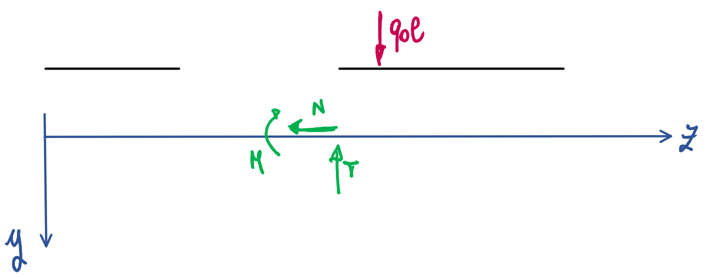
Il tratto AB presenta una distribuzione triangolare di carico di taglio, la cui equazione è $q(z) = q_0 - \frac{q_0}{\ell} z$. Ipotizzando di tagliare la trave AB individuo il riferimento locale ed impongo l'equilibrio per il primo tratto. Utilizzando i versi convenzionali per la reazione di taglio, si ottiene:

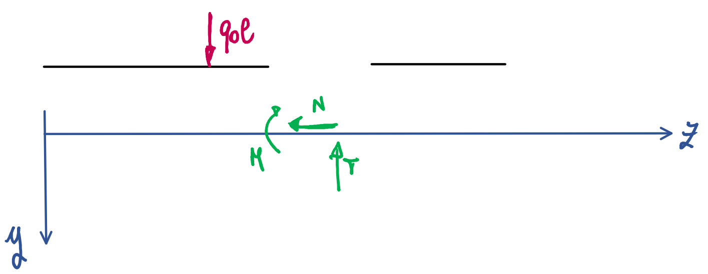
$$T + \int_0^z \left( q_0 - \frac{q_0}{\ell} z' \right) dz' = 0 \;;$$

$$T = q_0 \ell \left( \frac{z^2}{2\ell^2} - \frac{z}{\ell} \right) \;.$$




Il tratto BC presenta una forza in direzione verticale applicata in un punto interno alla trave, dunque il diagramma in quel punto presenterà un salto pari al modulo della forza applicata.

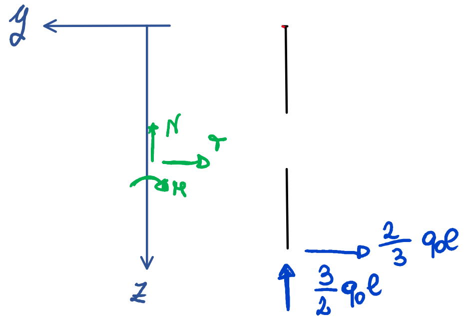



Effettuando il taglio prima del punto di applicazione della forza ottengo $T = q_0 \ell$.

Effettuando il taglio dopo invece $T = 0$

Effettuando il taglio prima del punto di applicazione della forza ottengo $T = q_0 l$.
Effettuando il taglio dopo invece $T = 0$.
Per il tratto BD invece si ha $T = -\frac{2}{3} q_0 l$.




Il diagramma del taglio dunque è il seguente.

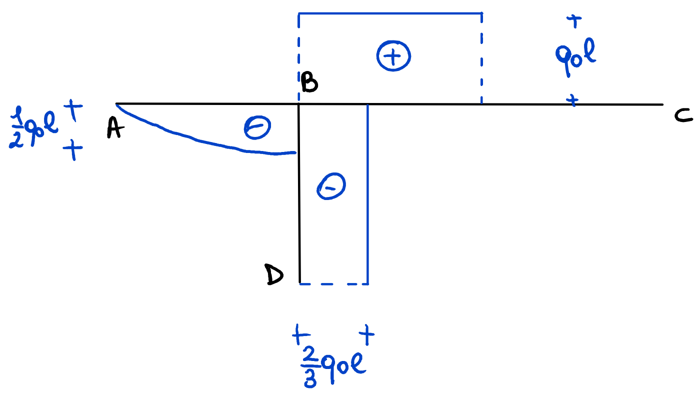
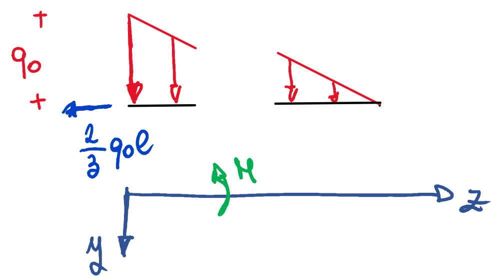


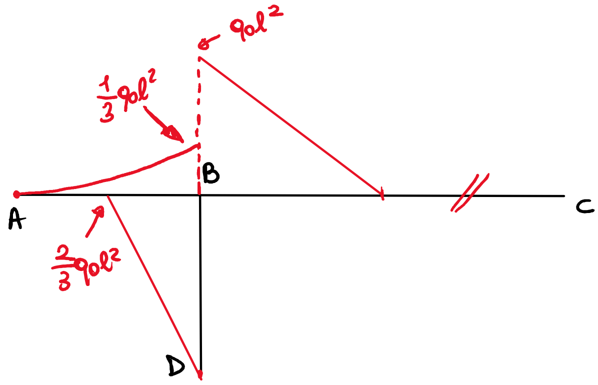

Diagramma del momento flettente.
Poiché nel tratto AB si ha un carico lineare in direzione trasversale, tenendo conto delle equazioni differenziali di equilibrio $M' - T = 0$ e $T' + q = 0$ si ha che il momento flettente sarà rappresentato da un'equazione polinomiale di terzo grado.
Si immagina di tagliare la trave AB e di imporre l'equilibrio del primo tratto, considerando come da convenzione momento positivo antiorario sulla sezione che precede il taglio. Dall'equilibrio si ha $M + \int_0^z \left(q_0 - \frac{q_0}{l} z'\right)(z - z')\,dz' = 0$ da cui svolgendo l'integrale $M = \frac{q_0 z^3}{6l} - \frac{q_0 z^2}{2}$.



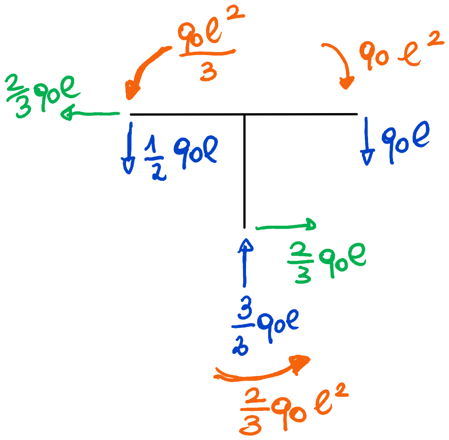

Nel tratto BC il momento è rappresentato da una spezzata. Infatti effettuando un taglio prima del punto di applicazione della forza $M = -q_0 l (l - z)$ mentre nel tratto successivo $M = 0$.

Nel tratto BD invece si ha $M = \frac{2}{3} q_0 l (l - z) = \frac{2}{3} q_0 l^2 \left(1 - \frac{z}{l}\right)$.

Il diagramma del momento flettente è dunque:




Come verifica può essere utile accertarsi che anche il nodo sia in equilibrio.




Dichiaro che questo elaborato è esclusivamente frutto del mio lavoro, non è stato copiato da altri.

Annalisa Genovesi