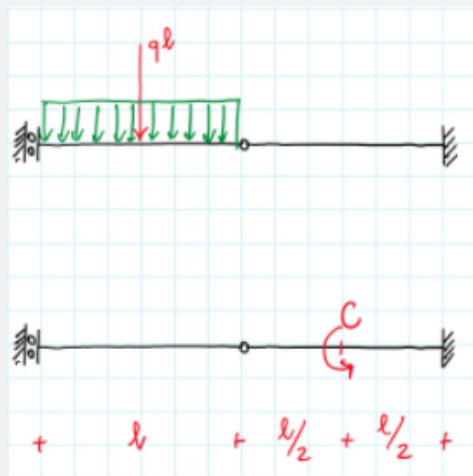


Si traccino i diagrammi del taglio e del momento flettente per le due strutture in figura (nota: il carico distribuito in verde vale q).

Cosa si può dire della forza normale?

Svolgere l'esercizio sinteticamente limitando lo svolgimento a due pagine in formato A4.



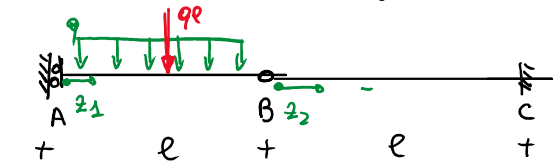
Attenzione: le strutture hanno grado di iperstaticità 1, ma taglio e momento sono comunque determinabili mediante le equazioni di equilibrio.

La caratteristica della sollecitazione indeterminata è la forza normale, della quale però possiamo dire qualcosa...

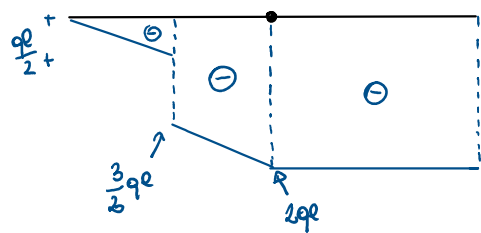
Diagramma del taglio e del momento

martedì 7 gennaio 2020 15:17

Si ipotizza che tutte le travi possano essere rappresentate con il modello di Eulero-Bernoulli. La struttura ha grado di iperstaticità pari ad 1 ma l'unica caratteristica della sollecitazione indeterminata è la forza normale. Applicando opportunamente le equazioni di equilibrio, è possibile determinare comunque taglio e momento. Di seguito si ripitano per la prima struttura una rappresentazione con i riferimenti locali scelti, e i diagrammi di struttura libera in cui le forze che agiscono in direzione normale sono ancora incognite e i diagrammi di taglio e momento.



(G)

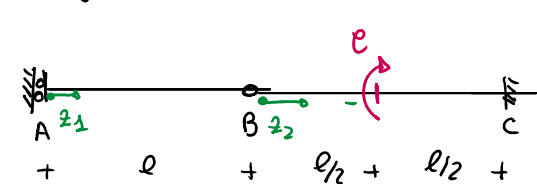


Le espressioni analitiche di taglio e momento sono:

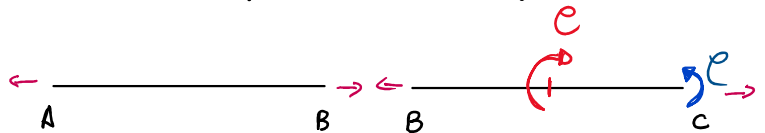
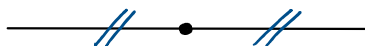
$$T_1 = \begin{cases} -qz_1 & 0 < z_1 < l/2 \\ -ql(1 + \frac{z_1}{e}) & l/2 < z_1 < l \end{cases}; \quad T_2 = -2ql; \quad M_1 = \begin{cases} ql^2(1 - \frac{z_1^2}{2e^2}), & 0 < z_1 < l/2 \\ 2ql(e - z_1)(\frac{3}{4} + \frac{z_1}{4e}), & l/2 < z_1 < l \end{cases};$$

$$M_2 = -2qlz_2. \quad (1)$$

Analogamente, per la seconda struttura ripitata, si hanno i seguenti schemi e diagrammi:



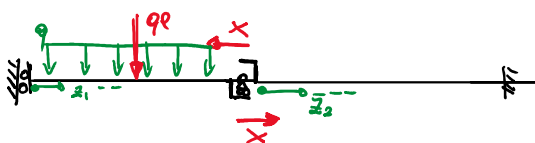
(G)



(H)



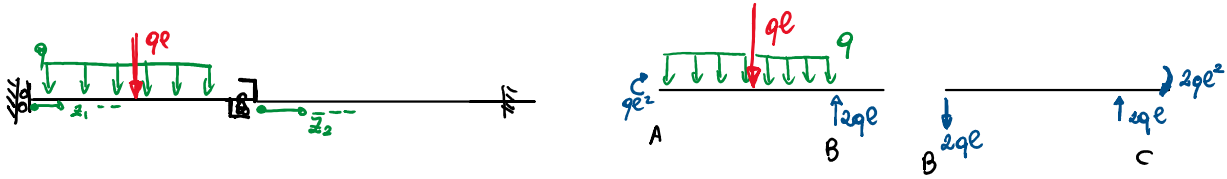
Per valutare il valore della forza normale, si utilizza il metodo delle forze. Si riporta di seguito il sistema principale equivalente per la prima struttura, dove si è sostituito la cerniera con un carrello interno.



L'equazione di congruenza è data da: $w_1^{(0)}(l) - w_2^{(0)}(0) + X(w_1^{(1)}(l) - w_2^{(1)}(0)) = 0$.

Il sistema 0 è il seguente con il corrispondente diagramma di struttura libera. La normale è identicamente nulla mentre taglio e momento hanno espressioni uguali alle (1).

Il sistema 0 è il seguente con il corrispondente diagramma di struttura libera. La normale è identicamente nulla mentre taglio e momento hanno espressioni uguali alle (1).



Il sistema 1 scelto ha il seguente diagramma di struttura libera.



Le espressioni delle caratteristiche della sollecitazione sono $N_1^{(1)} = 1$, $N_2^{(1)} = 1$, $T^{(1)} = 0$, $M^{(1)} = 0$.

Utilizzando il principio dei lavori virtuali per esplicitare l'equazione di congruenza e considerando la trave inestensibile, si ottiene per il sistema (0):

$$[w_1^{(0)}(l)] \cdot 1 + [w_2^{(0)}(0)] \cdot (-1) = w_1^{(0)}(l) - w_2^{(0)}(0) = \int \left(\frac{M^{(0)} M^{(1)}}{EI} \right) = 0.$$

Mentre per il sistema (1) si ha:

$$[w_1^{(1)}(l)] \cdot 1 + [w_2^{(1)}(0)] \cdot (-1) = w_1^{(1)}(l) - w_2^{(1)}(0) = \int \left(\frac{M^{(1)} M^{(1)}}{EI} \right) = 0,$$

L'equazione di congruenza diventa $0 + X(0) = 0$. La X può assumere qualsiasi valore. Per il principio di sovrapposizione si ha $N = N^{(0)} + XN^{(1)} = XN^{(1)}$ poiché $N^{(0)} = 0$, dunque anche la sollecitazione normale può assumere qualsiasi valore. Se la trave non è inestensibile per il PLV nel sistema (0) si ha:

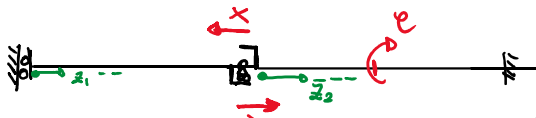
$$[w_1^{(0)}(l)] \cdot 1 + [w_2^{(0)}(0)] \cdot (-1) = w_1^{(0)}(l) - w_2^{(0)}(0) = \int \left(\frac{N^{(0)} N^{(1)}}{EA} + \frac{M^{(0)} M^{(1)}}{EI} \right) = 0.$$

Mentre per il sistema (1) si ha:

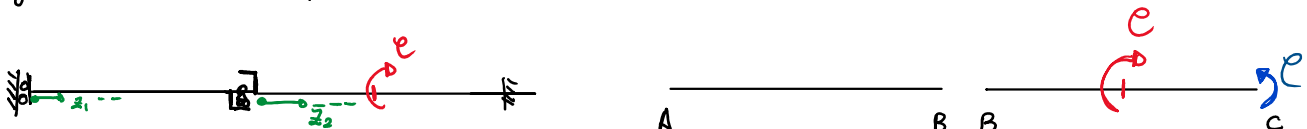
$$[w_1^{(1)}(l)] \cdot 1 + [w_2^{(1)}(0)] \cdot (-1) = w_1^{(1)}(l) - w_2^{(1)}(0) = \int \left(\frac{N^{(1)} N^{(1)}}{EA} + \frac{M^{(1)} M^{(1)}}{EI} \right) = \frac{2l}{EA},$$

L'equazione di congruenza diventa $0 + X \left(\frac{2l}{EA} \right) = 0$, dunque $X = 0$. La sollecitazione normale deve essere identicamente nulla per il principio di sovrapposizione.

Applicando il metodo delle forze al secondo sistema, si ottiene il seguente sistema isostatico principale.



L'equazione di congruenza è data da $w_1^{(0)}(l) - w_2^{(0)}(0) + X(w_1^{(1)}(l) - w_2^{(1)}(0)) = 0$. Il sistema 0 è il seguente con il corrispondente diagramma di struttura libera.



Le espressioni analitiche per le caratteristiche della sollecitazione sono $N_1^{(0)} = 0$, $N_2^{(0)} = 0$, $T_1^{(0)} = 0$, $T_2^{(0)} = 0$, $M_1^{(0)} = 0$, $M_2^{(0)} = 0$ per $0 < z_2 < l/2$, $M_2^{(0)} = e$ per $l/2 < z_2 < l$. Lo stesso sistema 1 si usa lo stesso di prima.

Utilizzando il principio dei lavori virtuali per esplicitare l'equazione di equilibrio si ottiene $0 + X \cdot 0 = 0$ considerando la trave inestensibile. Per il principio di sovrapposizione si ha $N = N^{(0)} + XN^{(1)} = XN^{(1)}$ poiché $N^{(0)} = 0$, dunque anche la sollecitazione normale può assumere qualsiasi valore. Se la trave non è inestensibile si ha $0 + X \left(\frac{2l}{EA} \right) = 0$, dunque $X = 0$. La sollecitazione normale deve essere identicamente nulla.

I calcoli effettuati sono analoghi a quelli della precedente struttura.

Declaro che questo elaborato è esclusivamente frutto del mio lavoro, non è stato copiato da altri.

Annalisa Genovesi