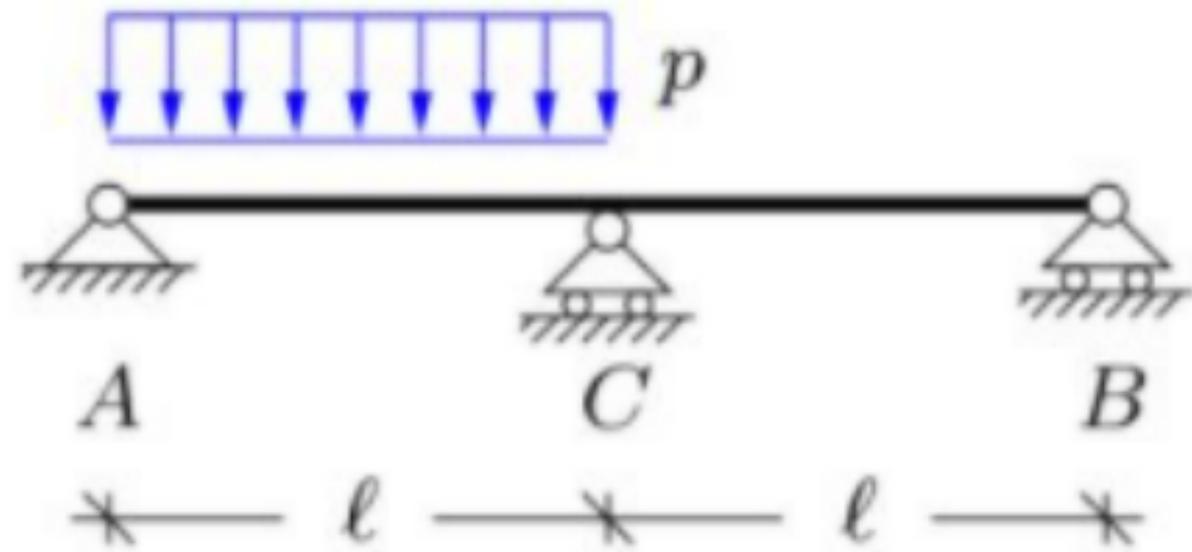


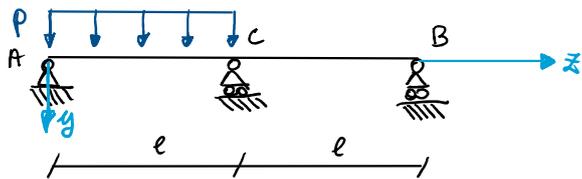
✦  Trave continua a due campate con carico distribuito uniformemente sulla prima ✎

Adoperando il [metodo delle forze](#) determinare le reazioni vincolari della struttura in figura e tracciare il diagramma del momento flettente.



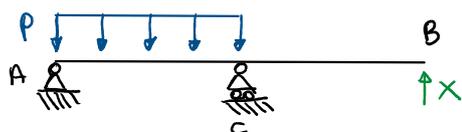
Trave continua a due campate con carico distribuito uniformemente sulla prima

sabato 30 novembre 2019 08:44



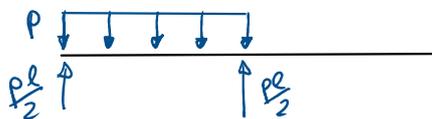
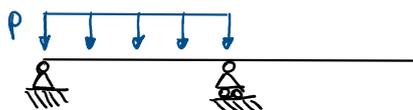
Si sceglie un sistema di riferimento locale per la trave e le consuete convenzioni per le caratteristiche della sollecitazione e gli spostamenti. I problemi assiale e flessionale sono disaccoppiati e le grandezze che descrivono il comportamento assiale sono identicamente nulle. Si assume il modello di trave di Eulero-Bernoulli (scorrimento angolare χ identicamente nullo) e che la rigidità flessionale EI sia costante.

Il sistema ha grado di iperstaticità i pari ad 1 ; si segue la procedura operativa illustrata nel paragrafo 11.2 del libro di testo Casini - Vasta. Per risolvere il problema con il metodo delle forze, si sceglie come incognita iperstatica la reazione verticale X esercitata dall'appoggio in B. Il sistema ipostatico equivalente è il seguente, con la condizione che $v_B = 0$.



I sistemi "0" ed "1" con i relativi diagrammi di struttura libera e del momento flettente sono i seguenti.

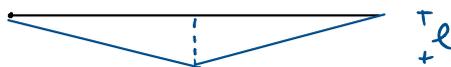
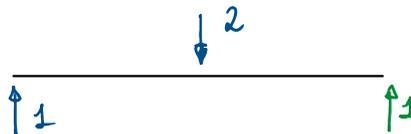
Sistema (0)



(M₀)



Sistema (1)



Le leggi di variazione per il momento flettente sono $M_0 = \begin{cases} -\frac{Pz^2}{2} + \frac{Pe}{2}z, & z \in (0, e] \\ 0, & z \in [e, 2e] \end{cases}$ per il

sistema "0" e $M_1 = \begin{cases} z, & z \in (0, e] \\ (2e - z), & z \in [e, 2e] \end{cases}$ per il sistema "1".

sistema 0 e $M_1 = \left\{ \begin{array}{l} (2l-z), z \in [l, 2l) \end{array} \right.$ per il sistema 1.

Si è scelto di sopprimere il carrello in B, dunque per ripristinare la congruenza si deve imporre che lo spostamento del punto B del sistema istantaneo equivalente sia nullo: $v_B = 0$.

Per il principio di sovrapposizione si ottiene la seguente equazione di congruenza (o di compatibilità cinematica):

$$v_B = v_0(B) + X v_1(B). \quad (1)$$

Per esplicitare i due termini $v_0(B)$ e $v_1(B)$ della (1) si utilizza il principio dei lavori virtuali (procedura operativa illustrata nel capitolo 10.9 del libro di Carini-Vasta).

Per il calcolo del termine $v_0(B)$, si sceglie come sistema effettivo il sistema "0" e come sistema virtuale il sistema "1". Il lavoro virtuale interno ed il lavoro virtuale esterno sono dati rispettivamente da:

$$L_{ve}^{(0)} = -1 \cdot v_0(B) = -v_0(B); \quad (2)$$

$$L_{vi}^{(0)} = \int_0^{2l} M_1 X_0 = \int_0^{2l} \frac{M_1 M_0}{EI} = \frac{p}{2EI} \int_0^l z (-z^2 + lz) dz + 0 = \frac{p}{2EI} \left(-\frac{l^4}{4} + \frac{l^4}{3} \right) = \frac{p l^4}{24 EI}. \quad (3)$$

Per il principio dei lavori virtuali si impone l'uguaglianza tra (2) e (3), ottenendo il valore dello spostamento cercato:

$$v_0(B) = -\frac{p l^4}{24 EI}. \quad (4)$$

Allo stesso modo, si utilizza il principio dei lavori virtuali per calcolare $v_1(B)$. Il sistema "1" è utilizzato sia come sistema effettivo che come sistema virtuale. Il lavoro virtuale interno ed il lavoro virtuale esterno sono dati rispettivamente da:

$$L_{ve}^{(1)} = -1 \cdot v_1(B) = -v_1(B); \quad (5)$$

$$L_{vi}^{(1)} = \int_0^{2l} M_1 X_1 = \int_0^{2l} \frac{M_1^2}{EI} = \frac{1}{EI} \int_0^l z^2 dz + \frac{1}{EI} \int_l^{2l} (2l-z)^2 dz = \frac{2l^3}{3 EI}. \quad (6)$$

Per l'identità dei lavori virtuali si impone l'uguaglianza tra (5) e (6), ottenendo il valore dello spostamento cercato:

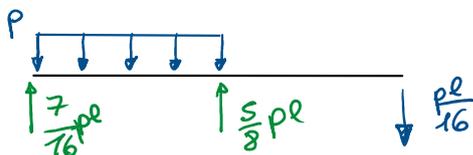
$$v_1(B) = -\frac{2l^3}{3 EI}. \quad (7)$$

Il valore è coerente con quanto riportato nello schema notevole dell'appendice B2 del libro di testo.

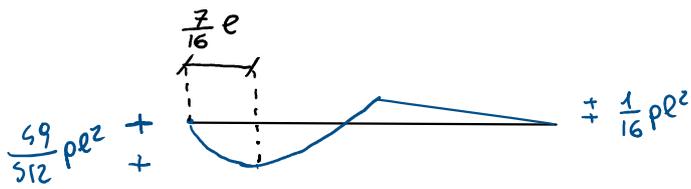
Sostituendo la (7) e la (4) in (1), si ottiene il valore dell'incognita iperstatica cercata, ossia

$$X = -\frac{1}{16} p l.$$

Il diagramma di struttura libera della struttura data è dunque il seguente.



Per tracciare il diagramma del momento flettente, si ricorre nuovamente al principio di sovrapposizione, per cui $M = M_0 + xM_1$. Il diagramma del momento flettente è il seguente.



Affermo che questo elaborato è esclusivamente frutto del mio lavoro, non è stato copiato da altri.

Annalina Genovesi