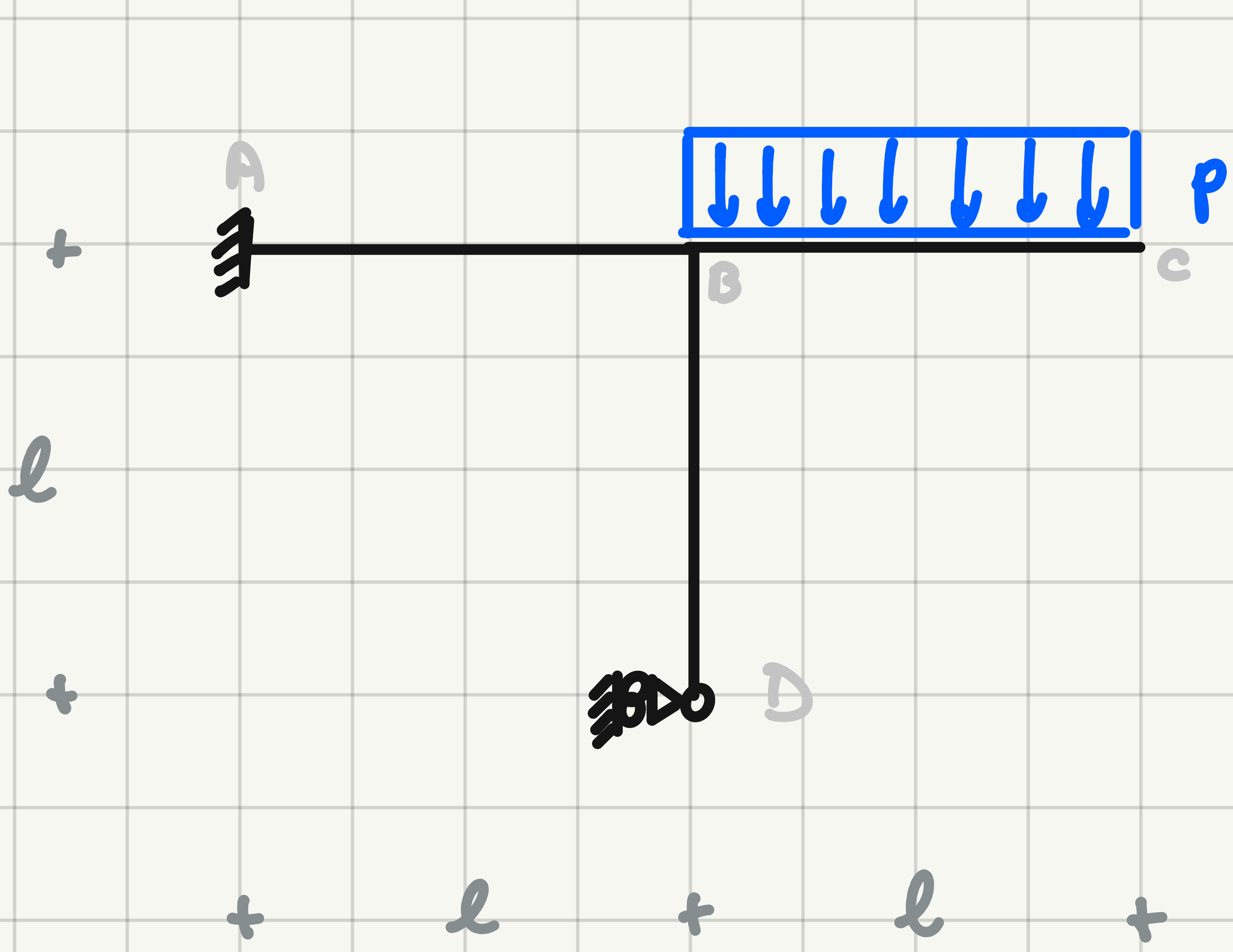
ESERCITAZIONE 7

METODO DELLE FORZE.



Hp

- $EA \rightarrow +\infty$
- $\chi \rightarrow 0 \quad GA_t \rightarrow +\infty$
- $EI = cost.$

Per prima cosa facciamo un'analisi preliminare della struttura che stiamo analizzando, in particolare osserviamo che se vediamo il corpo come un corpo rigido, possiamo ricordare la relazione:

$$n - m = l - i$$

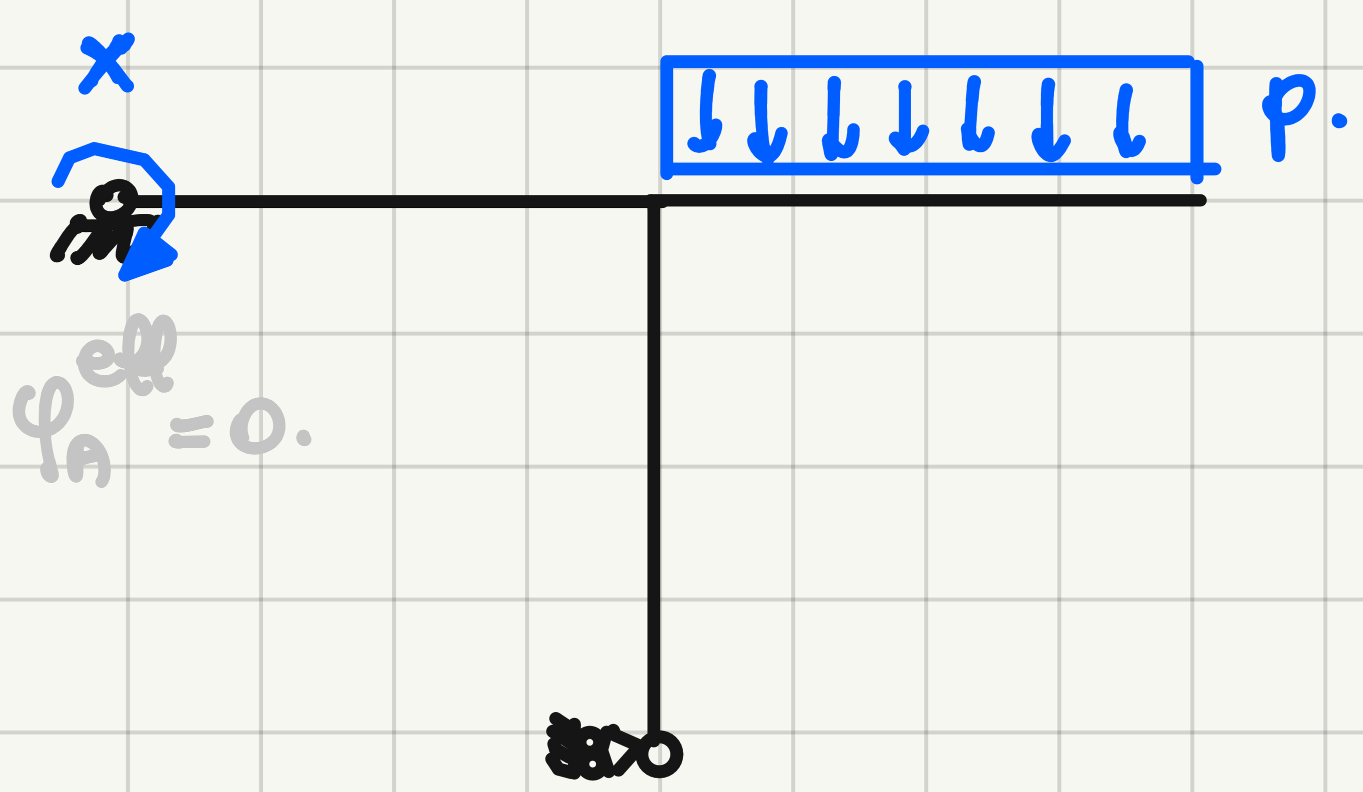
dove

$$n = 3$$
$$m = 4$$

mentre per quanto riguarda la labilità, la struttura non ammette cinematismi. Pertanto la struttura presenta grado di iperstaticità pari a

$$i = 1.$$

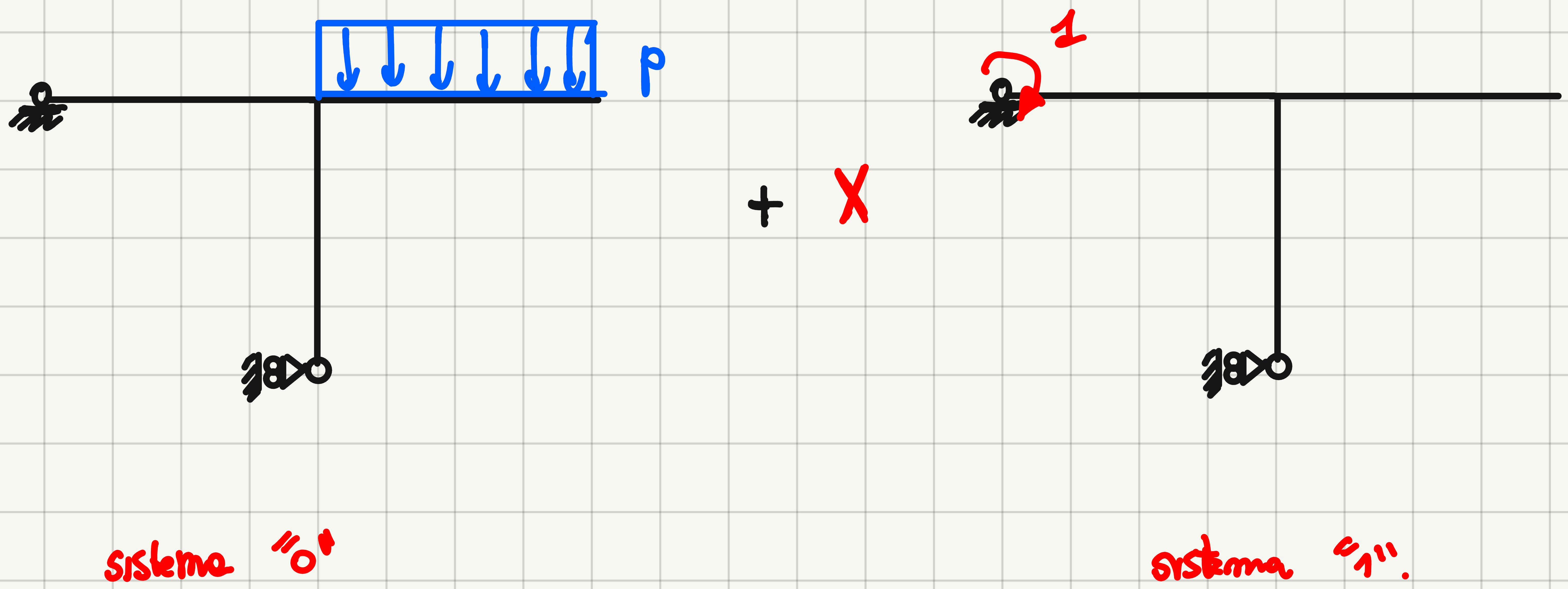
Adoperando il metodo delle forze definiamo il sistema effettivo in questa maniera:



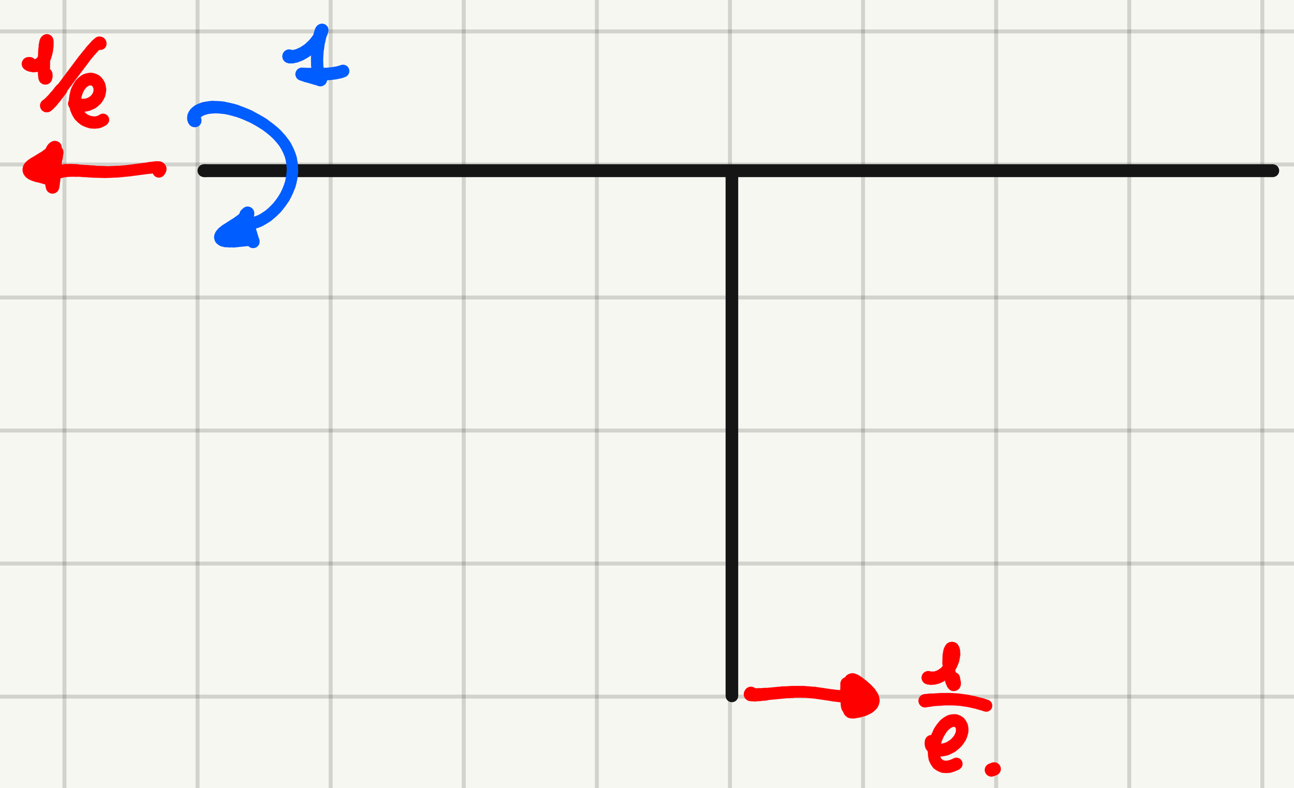
sistema effettivo

nel quale andiamo a sopprimere un vincolo (la scelta non è univoca) e introduciamo un'incognita iperstatica affiancata ad un'equazione di compatibilità cinematica che serve per ripristinare la congruenza.

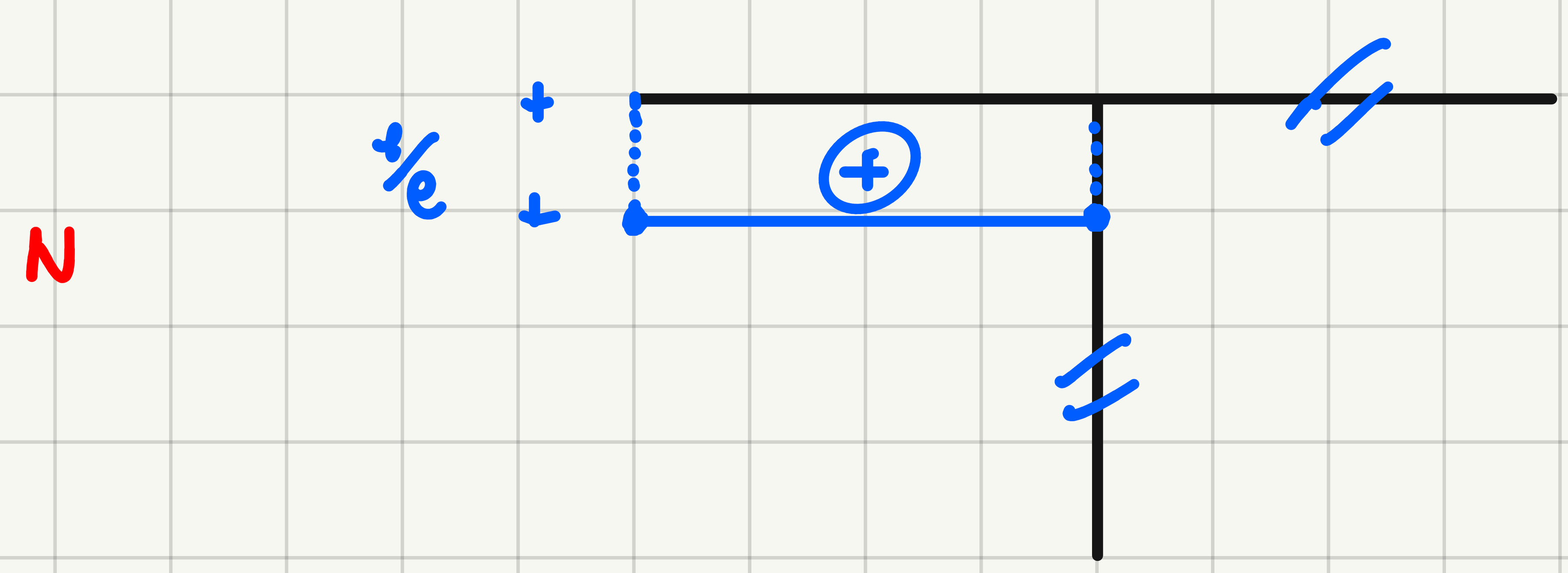
In virtù della validità del principio della sovrapposizione degli effetti, tale sistema lo possiamo vedere come la sovrapposizione di due sistemi, il sistema "0" e il sistema "1"

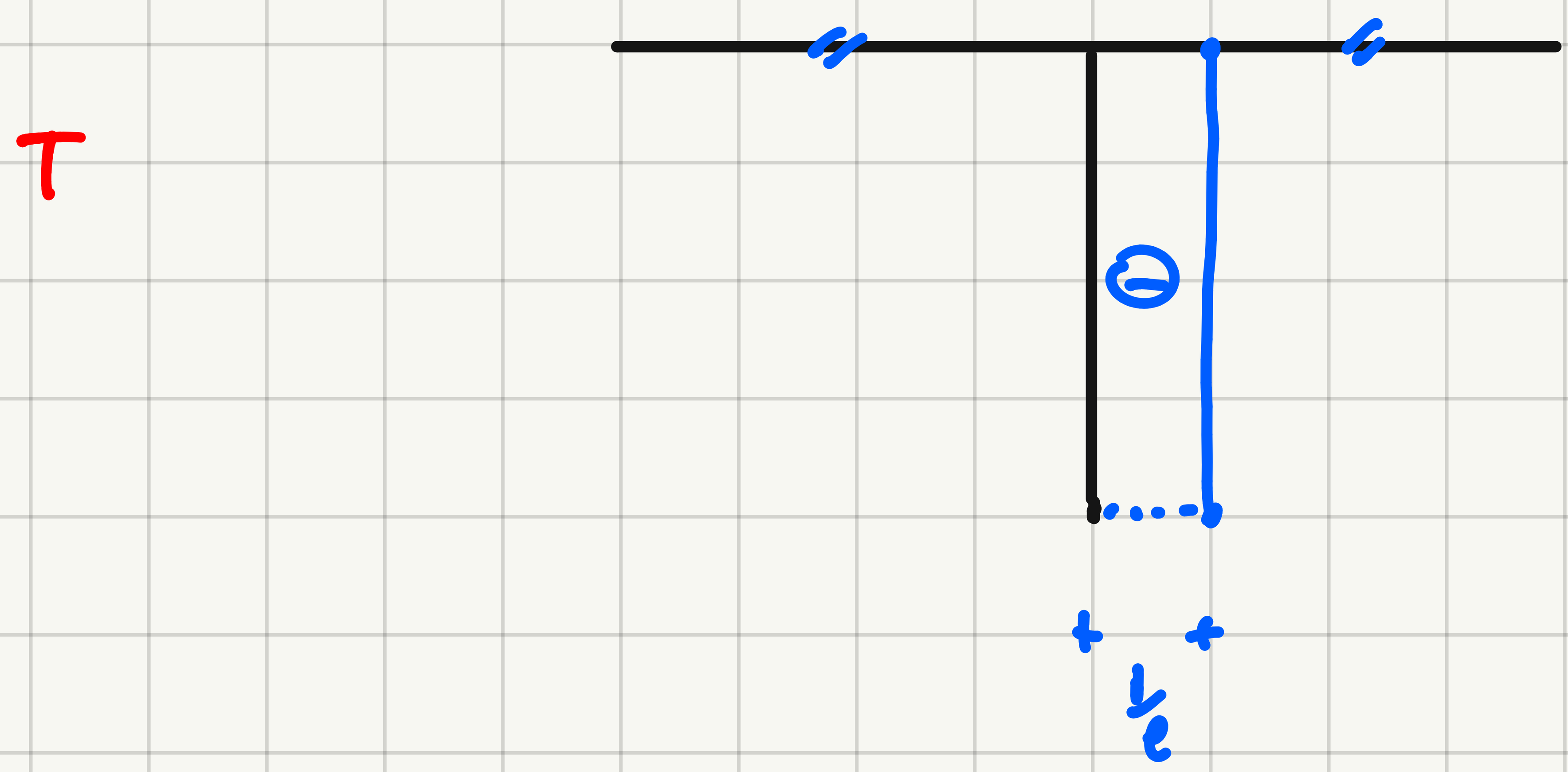


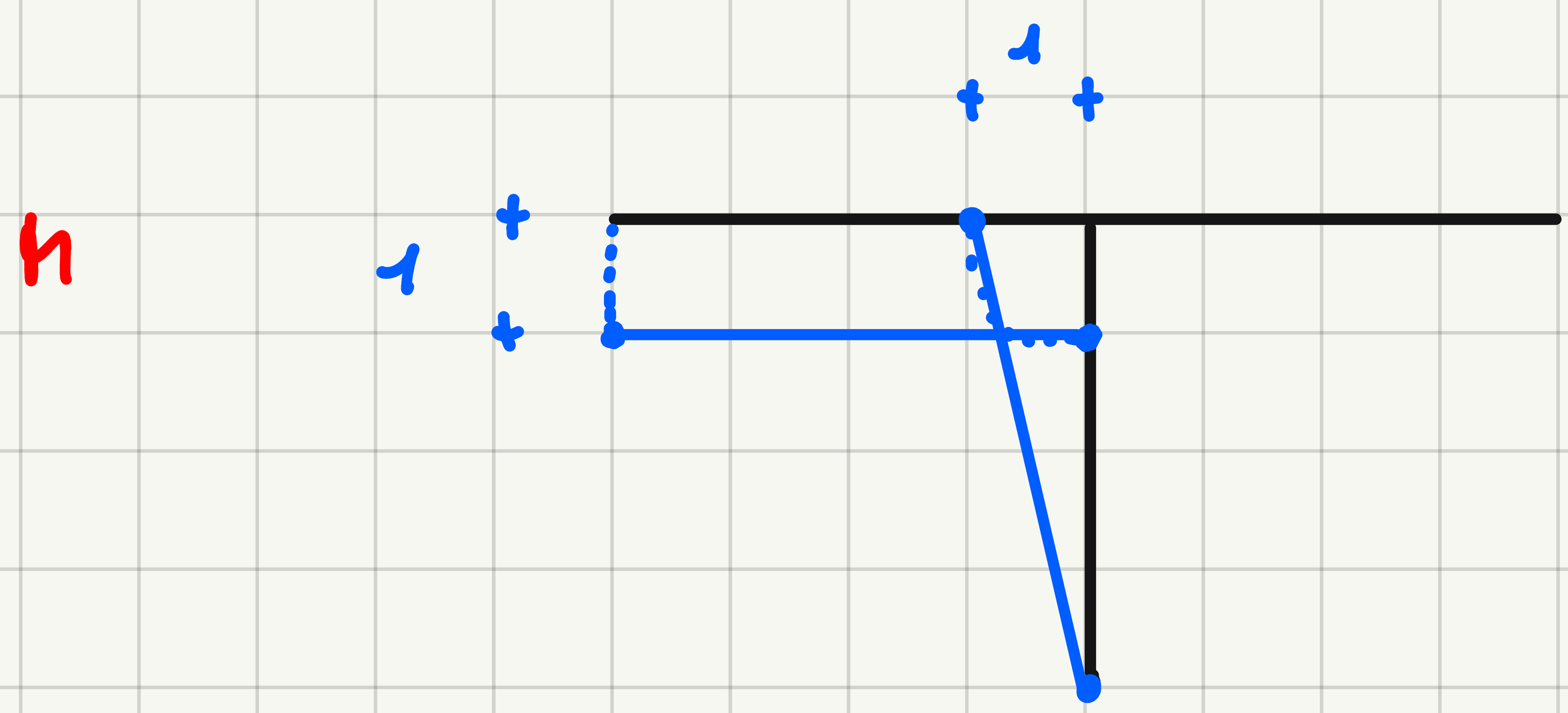
Procediamo con lo studio del sistema "1", esso è il nostro sistema virtuale il quale è equilibrato, mentre il sistema "0" è il nostro sistema congruente.
Tracciamo il diagramma di struttura libera del sistema "1".



e i conseguenti diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione saranno del tipo:



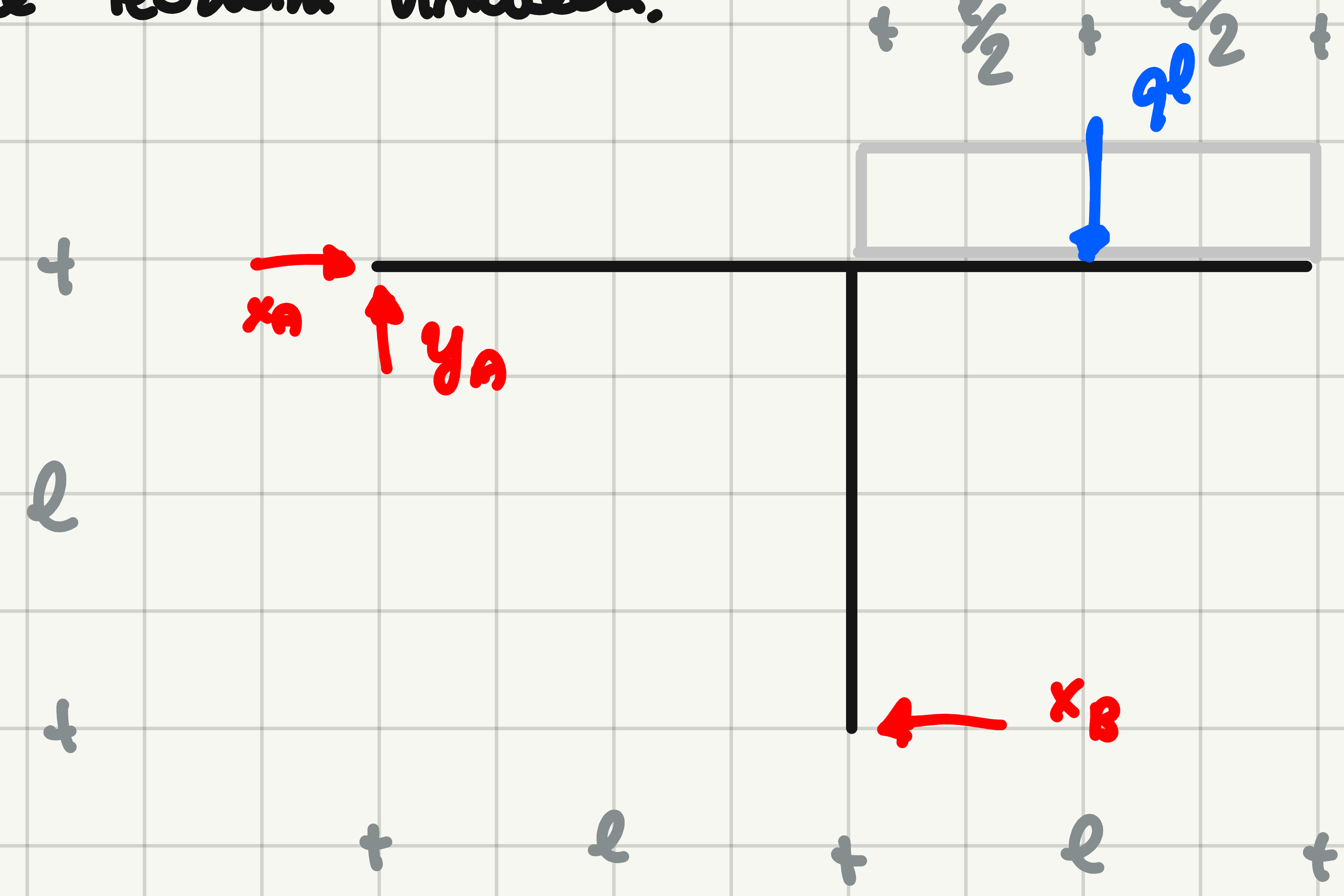




e gli andamenti delle caratteristiche sono descritti dalle seguenti espressioni analitiche.

	AB	BC	BD.
N	$\frac{1}{l}$	0	0
T	0	0	$-\frac{1}{l}$
M	1	0	$-\frac{1}{l}z+1$

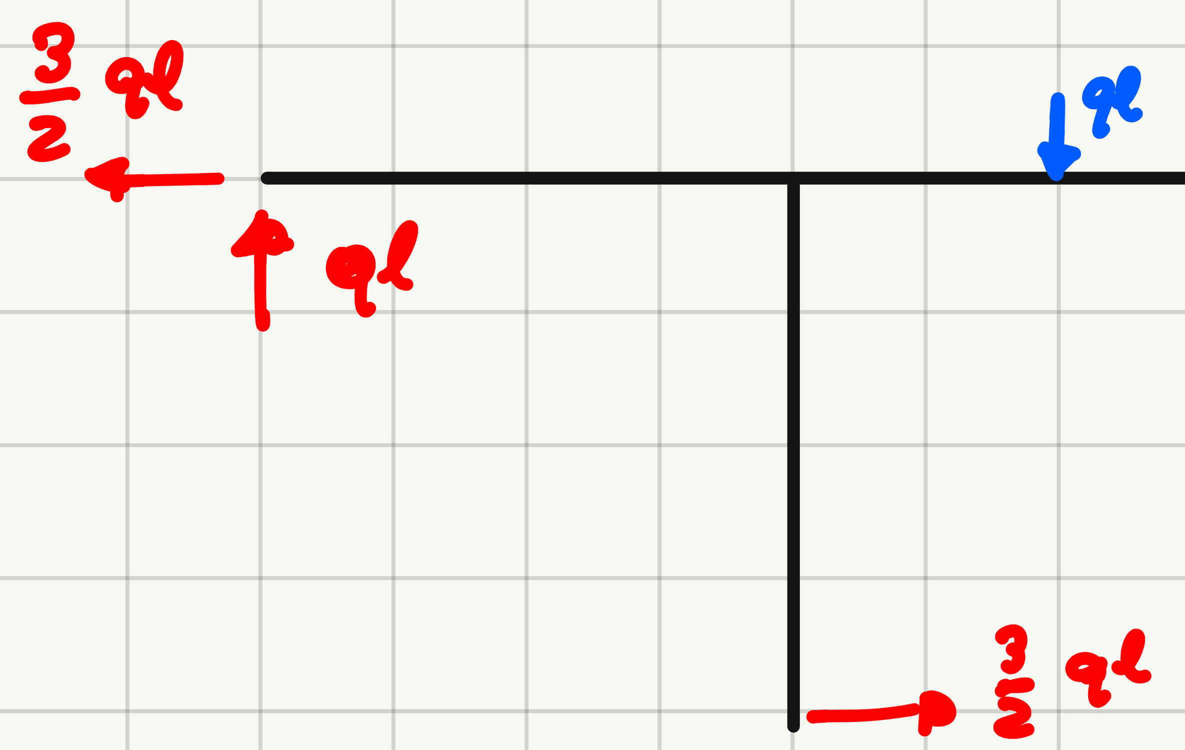
Adesso procediamo con la risoluzione del sistema "0", per prima cosa andiamo a tracciare il diagramma di struttura libera. e andiamo a calcolare le reazioni vincolari.



Imponendo l'equilibrio esterno

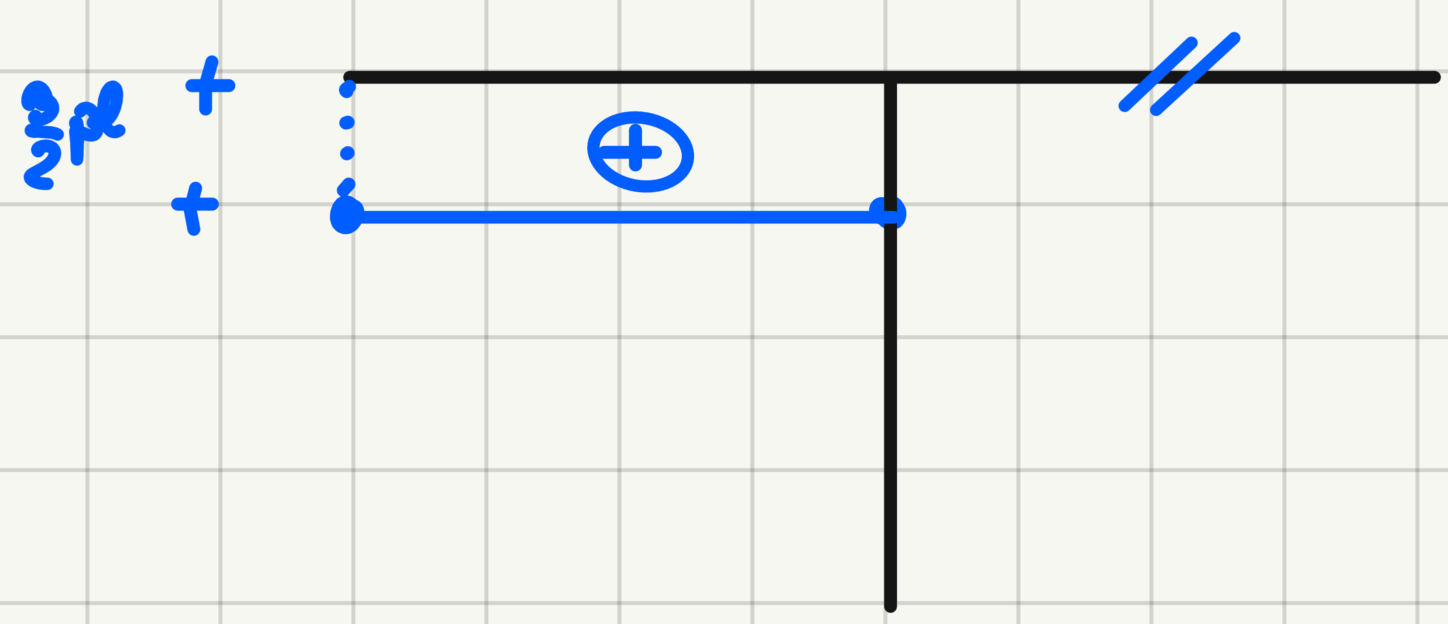
$$\begin{cases} x_A = x_B \longrightarrow x_A = -\frac{3}{2}q\ell. \\ y_A = q\ell. \\ -\frac{3}{2}q\ell^2 - \ell x_B = 0. \longrightarrow x_B = -\frac{3}{2}q\ell. \end{cases}$$

ottenendo :

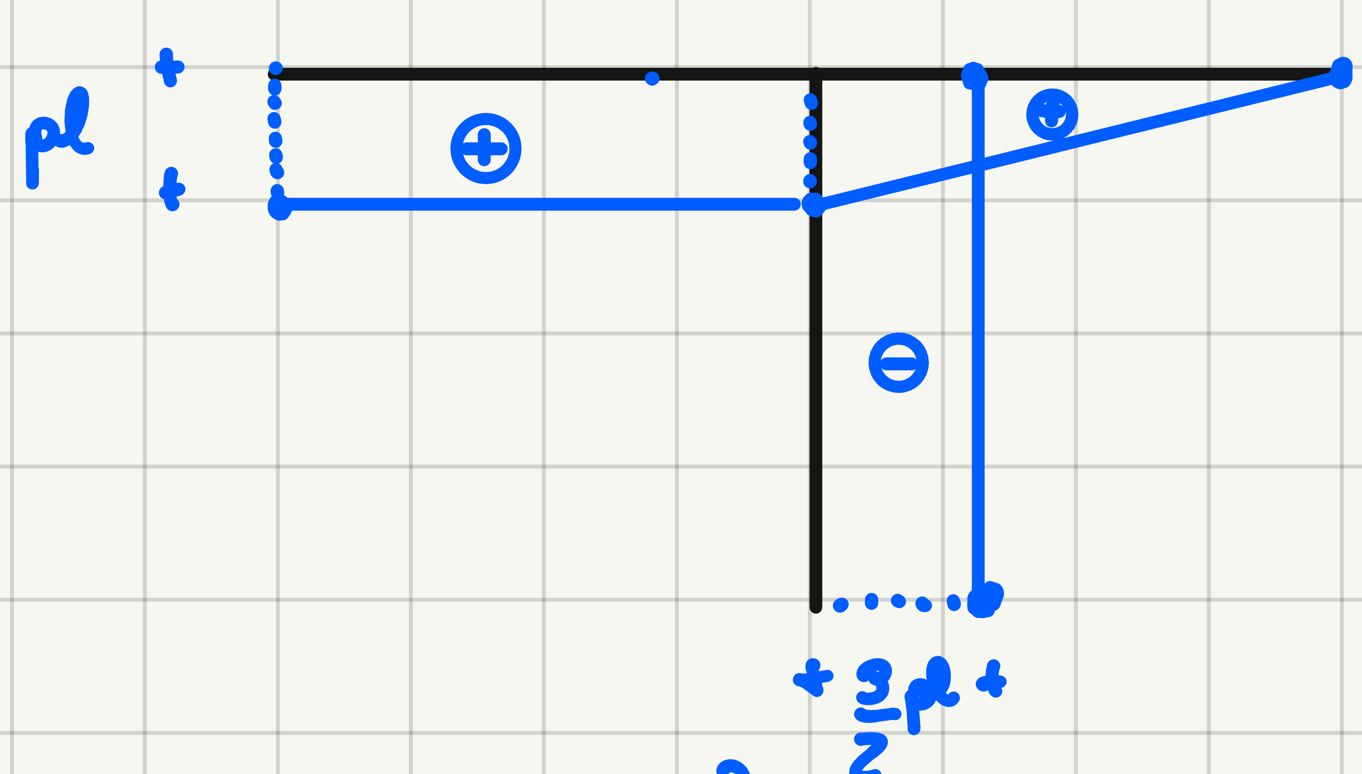


dove i rispettivi diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione sono:

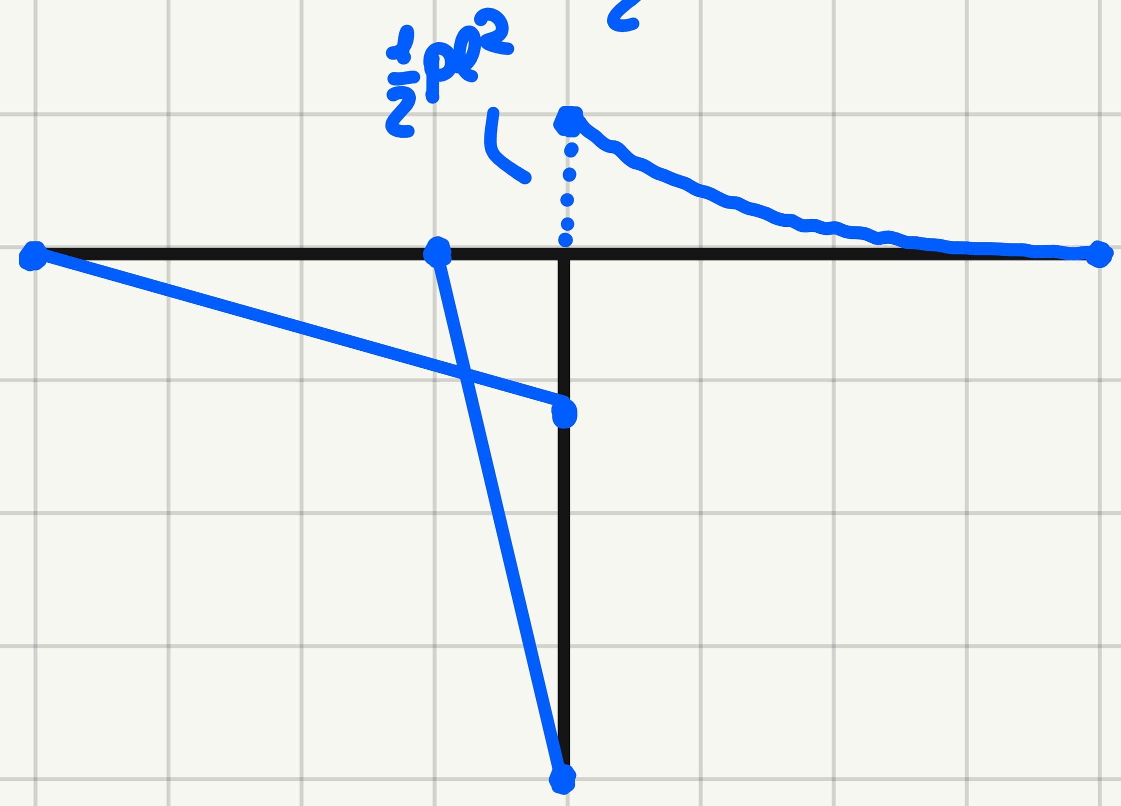
N



T



M



I cui andamenti li andiamo a collezionare nella seguente tabella:

	AB	BC	BD
N	$\frac{3}{2}pl$	0	0
T	pl	$-pz+pl$	$-\frac{3}{2}pl$
M	plz	$-\frac{1}{2}pz^2+plz-\frac{1}{2}pl^2$	$-\frac{3}{2}plz+\frac{3}{2}pl^2$

A questo punto andando a sfruttare il PLV andiamo a calcolare il valore dell'incognita iperstatica, calcoliamo il lavoro virtuale esterno e successivamente il lavoro virtuale interno:

$$\mathcal{L}_v^e = 0 \cdot \varphi_A^{eff}$$

$$\mathcal{L}_v^i = \int_{strutt} \cancel{N^v \varepsilon^e} + \cancel{T^v \gamma^e} + M^v \chi^e = \int_{strutt} M^v \chi^e$$

dove in virtù della validità del principio della sovrapposizione degli effetti.

$$\chi^e = \chi^0 + X \chi^1$$

ottenendo così l'integrale esteso alla struttura del tipo:

$$= \int_{strutt} M_1 \frac{M_0}{EI} + X \int_{strutt} \frac{M_1^2}{EI}$$

pertanto andandolo a specializzare nelle parti di struttura nel quale si può calcolare:

$$= \frac{1}{EI}\int_0^\ell p\ell z \, dz + \frac{1}{EI}\int_0^\ell \left(-\frac{1}{\ell}z+1\right)\left(-\frac{3}{2}p\ell z+\frac{3}{2}p\ell^2\right)dz + X\,\frac{1}{EI}\left[\int_0^\ell dz + \int_0^\ell \left(-\frac{1}{\ell}z+1\right)^2 dz\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{p\ell^3}{EI} + \frac{1}{EI}\int_0^\ell \left(\frac{3}{2}pz^2 - \frac{3}{2}p\ell z - \frac{3}{2}p\ell z + \frac{3}{2}p\ell^2\right)dz + X\,\frac{1}{EI}\left[\ell + \int_0^\ell \left(+\frac{z^2}{\ell^2}+1-\frac{2}{\ell}z\right)dz\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{p\ell^2}{EI} + \frac{1}{EI}\left[\frac{1}{2}p\ell^3 - \cancel{\frac{3}{2}p\ell^3} + \cancel{\frac{3}{2}p\ell^3}\right] + X\,\frac{1}{EI}\left[\ell + \frac{1}{3}\ell + \cancel{\ell} - \cancel{\ell}\right]$$

$$= \frac{p\ell^3}{EI} + X\,\frac{4}{3}\frac{\ell}{EI}$$

Ora dal principio dei lavori virtuali :

$$\mathcal{L}_v^e = \mathcal{L}_v^i$$

$$0 = \frac{p\ell^3}{EI} + X\,\frac{4}{3}\frac{\ell}{EI}$$

otteniamo:

$$X = -\frac{3}{4}\frac{p\ell^2}{EI}$$

Adoperando il principio della sovrapposizione degli effetti, ritroviamo

$$N^{eff} = N_0 + X N_1$$
$$T^{eff} = T_0 + X T_1$$
$$M^{eff} = M_0 + X M_1$$

Ottenendo così i seguenti risultati.