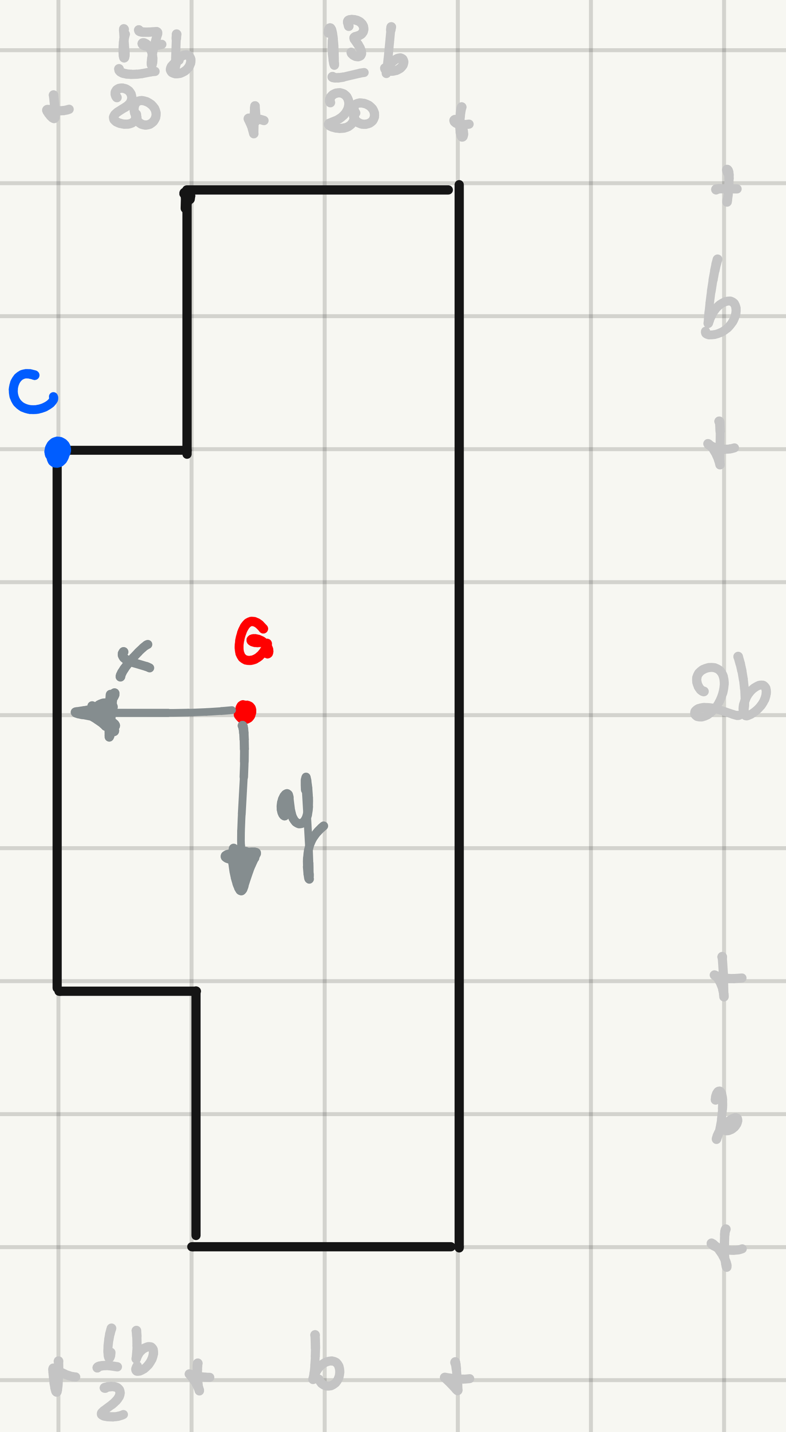
# ESERCITAZIONE 12

## PRESSOFLESSIONE




**Dati**

$b = 20$ cm

$\sigma_{am} = 20$ KN/cm$^2$

$N < 0 \qquad N = -P$

dove $P = 2 \times 10^4$ KN

- Determinare l'asse neutro, tracciare il diagramma delle tensioni
- valutare se il materiale rimane nel dominio elastico.

Si tratta di un problema di Saint Venant di pressoflessione, gli sforzi normali saranno descritti dalla seguente relazione:

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x$$

assumendo che: $M_x = N y_c$ ed $M_y = -N x_c$.

e inoltre che:

$$I_x = \rho_x^2 A \quad e \quad I_y = \rho_y^2 A.$$

allora possiamo riscrivere la formula di Navier nella sua forma canonica:

$$\sigma_z = \frac{N}{A}\left(1 + \frac{y_c}{\rho_x^2} y + \frac{x_c}{\rho_y^2} x\right)$$

dove le coordinate del punto C sono pari a:

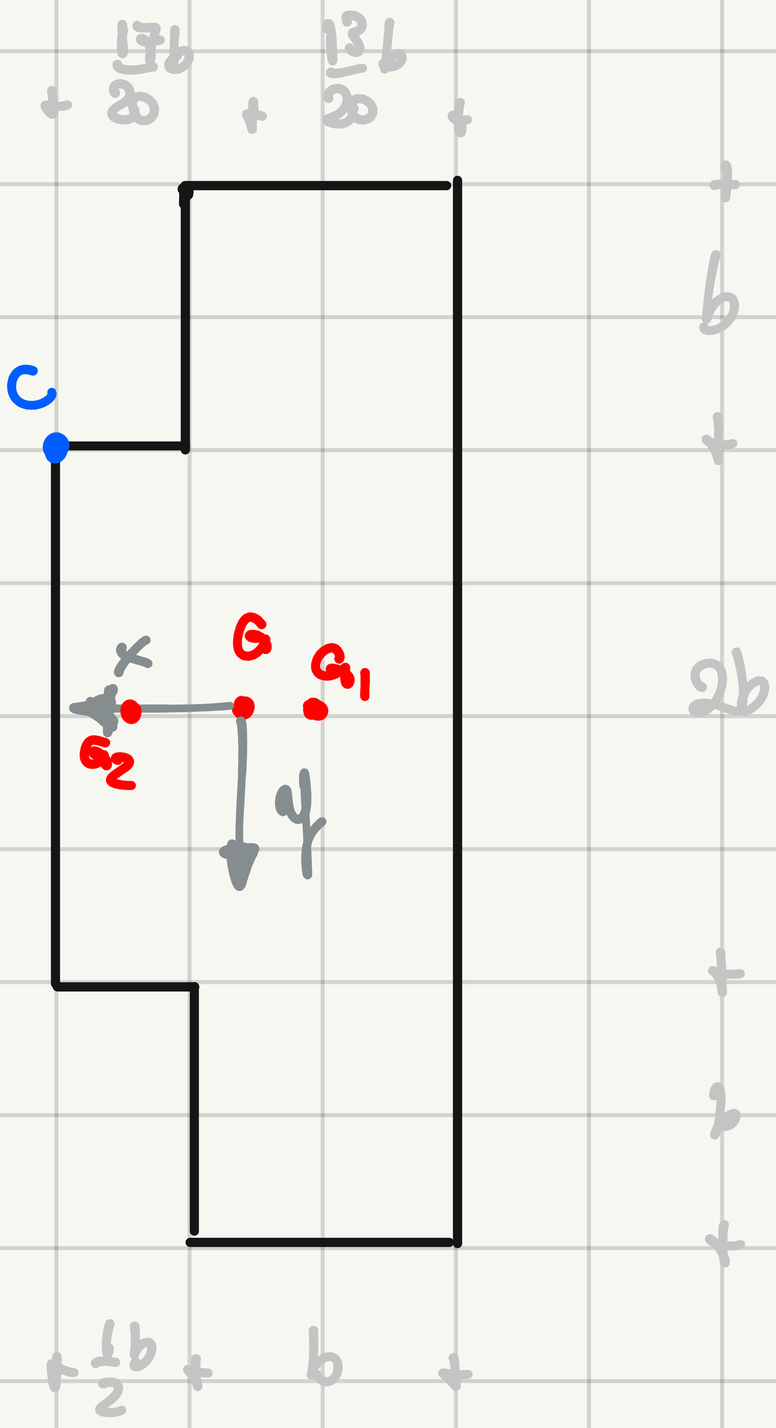
$$C = \left(\frac{17}{20} b, -b\right)$$

e calcoliamo:

$$A = A_1 + A_2 = 4b^2 + b^2$$

mentre per quanto riguarda i momenti d'inerzia avremo:

richiamiamo la nostra attenzione sulla sezione :




$$I_x^G = I_{x_1}^G + I_{x_2}^G$$
$$I_y^G = I_{y_1}^G + I_{y_2}^G$$

dove:

$$I_{x_1}^G = I_{x_1}^{G_1} = \frac{1}{12} b (4b)^3 = \frac{16}{3} b^4$$
$$I_{x_2}^G = I_{x_2}^{G_2} = \frac{1}{12}\left(\frac{1}{2} b\right)(2b)^3 = \frac{1}{3} b^4$$

ottenendo così dunque:

$$I_x^G = \frac{17}{3} b^4 + \left(-\frac{3}{20} b\right)^2 \left(4b^2\right) =$$

mentre per quanto riguarda:

$$I_y^G = I_{y_1}^G + I_{y_2}^G$$
$$I_{y_1}^G = I_{y_1}^{G_1} + d_{y_1}^2 A_1 = \frac{1}{12} b^3 (4b) + \left(-\frac{3}{20} b\right)^2 \left(4b^2\right) = \frac{127}{300} b^4$$
$$I_{y_2}^G = I_{y_2}^{G_2} + d_{y_2}^2 A_2 = \frac{1}{12}\left(\frac{1}{8} b^3\right)(2b) + \left(\frac{3}{5} b\right)^2 \left(b^2\right) = \frac{457}{1200} b^4$$

e in conseguenza otteniamo :

$$I_y = \frac{193}{240} b^4$$

Adesso non ci resta che andare a calcolare i raggi d'inerzia :

$$\rho_x^2 = \frac{I_x}{A} = \frac{\frac{17}{3} b^4}{5b^2} = \frac{17}{15} b^2$$
$$\rho_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{\frac{193}{240} b^4}{5b^2} = \frac{193}{1200} b^2.$$

noti i raggi d'inerzia, calcoliamo l'espressione dello sforzo normale :

$$\sigma_z = \frac{N}{5b^2}\left(1 - \frac{15}{17b} y + \frac{1020}{193 b} x\right)$$

ricordando la forma segmentaria dell'equazione dell'asse neutro otteniamo:

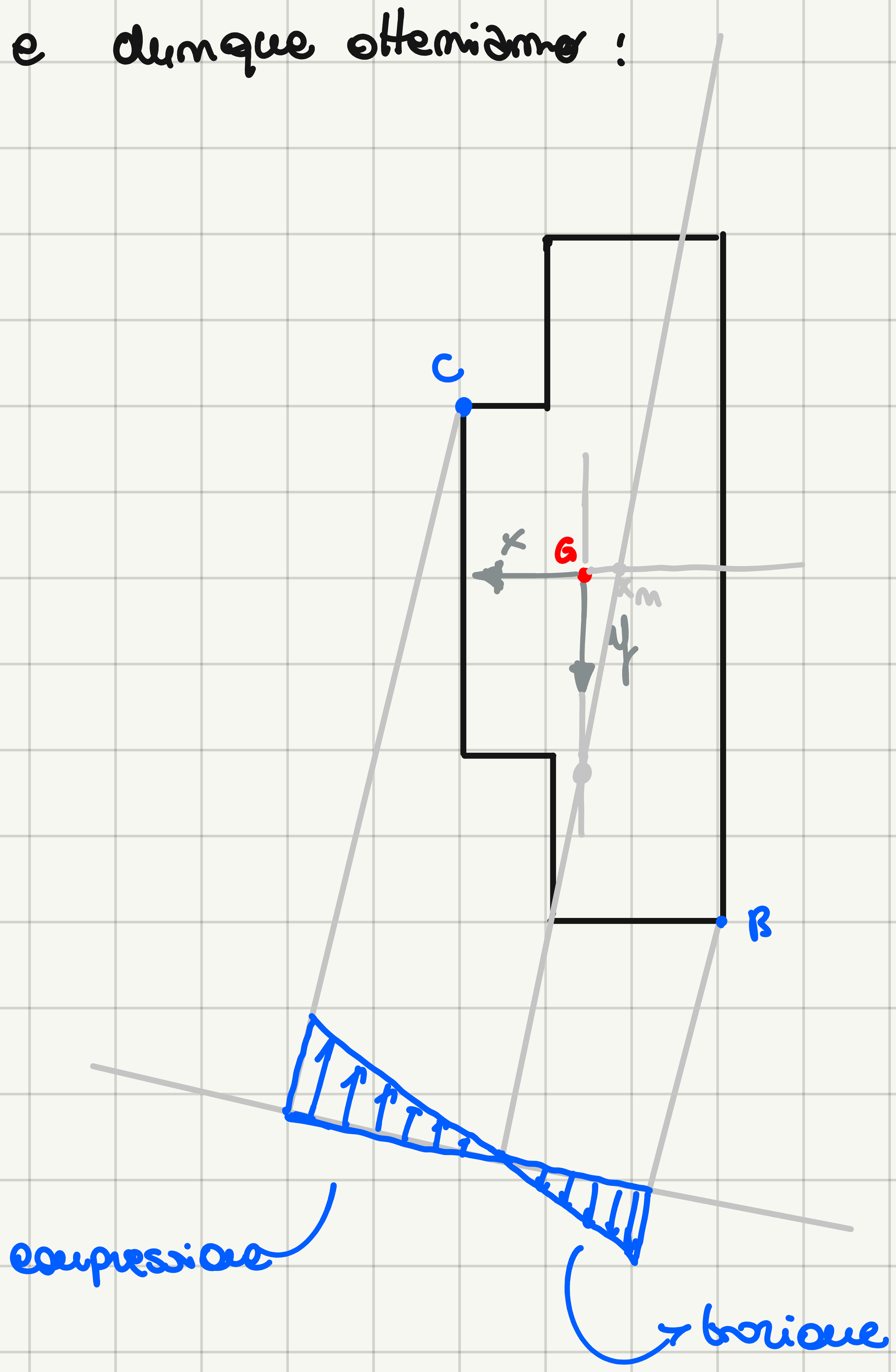
$$\frac{x}{x_m} + \frac{y}{y_m} = 1$$

dove:

$$x_m = -\frac{\rho_y^2}{x_c} = \frac{\left(\frac{193}{1200} b^2\right)}{\left(\frac{17}{20} b\right)} = -\frac{193}{1020} b = -0.18b.$$

$$y_m = -\frac{\rho_x^2}{y_c} = -\frac{\left(\frac{17}{15} b^2\right)}{-b} = \frac{17}{15} b = 1.13b.$$

e dunque otteniamo:




Andando adesso a ricordare l'espressione dello sforzo normale avremo:

$$\sigma_z = \frac{N}{5b^2}\left(1 - \frac{15}{17b} y + \frac{1020}{193 b} x\right)$$

e valutiamo:

$$\sigma_C = -\frac{P}{5b^2}\left(1 + \frac{15}{17\cancel{b}} \cdot (-\cancel{b}) + \frac{1020}{193\cancel{b}} \cdot \frac{17}{20} \cancel{b}\right)$$

$$\sigma_C = -1.27 \frac{P}{b^2} = -1.27 \frac{(2 \times 10^4 \text{ kN})}{(20 \text{ cm})^2} =$$

$$= -63.5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}.$$

andando a confrontare con il valore ammissibile, osserviamo che:

$$\sigma_z^{amm} \geq \sigma_z^{max}$$

non è rispettato poiché:

$$|\sigma_z^{max}| = |\sigma_C|$$

e

$$|\sigma_C| > \sigma_z^{amm}$$

pertanto la sezione non rimane in dominio elastico.