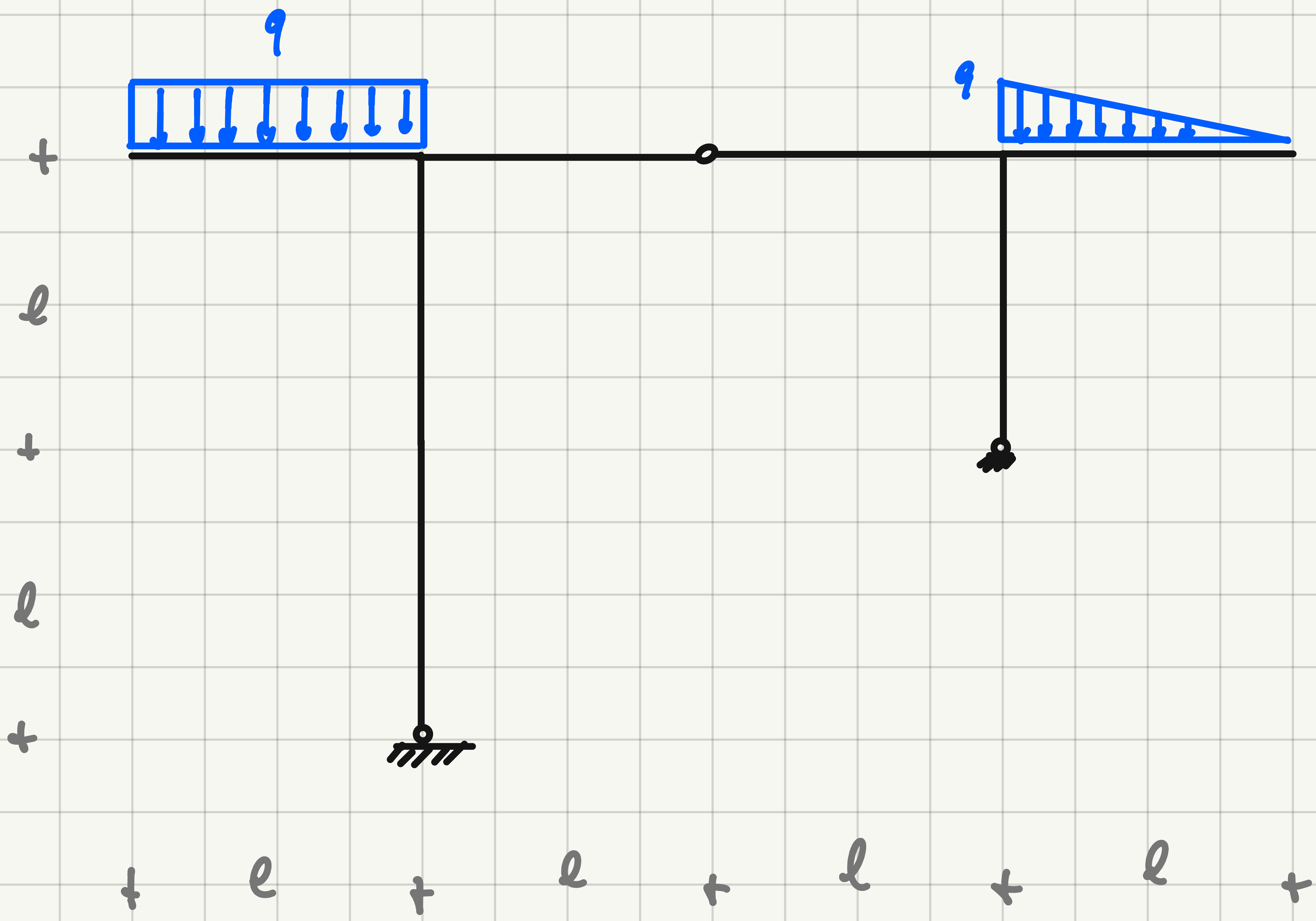
ESERCITAZIONE 2

COMPLETAMENTO DELL' ESERCIZIO SULLA STATICA DEI SISTEMI DI CORPI RIGIDI



In via del tutto preliminare osserviamo che la struttura è costituita da due corpi rigidi vincolati a terra mediante delle cerniere e vincolati tra di loro mediante una cerniera interna.

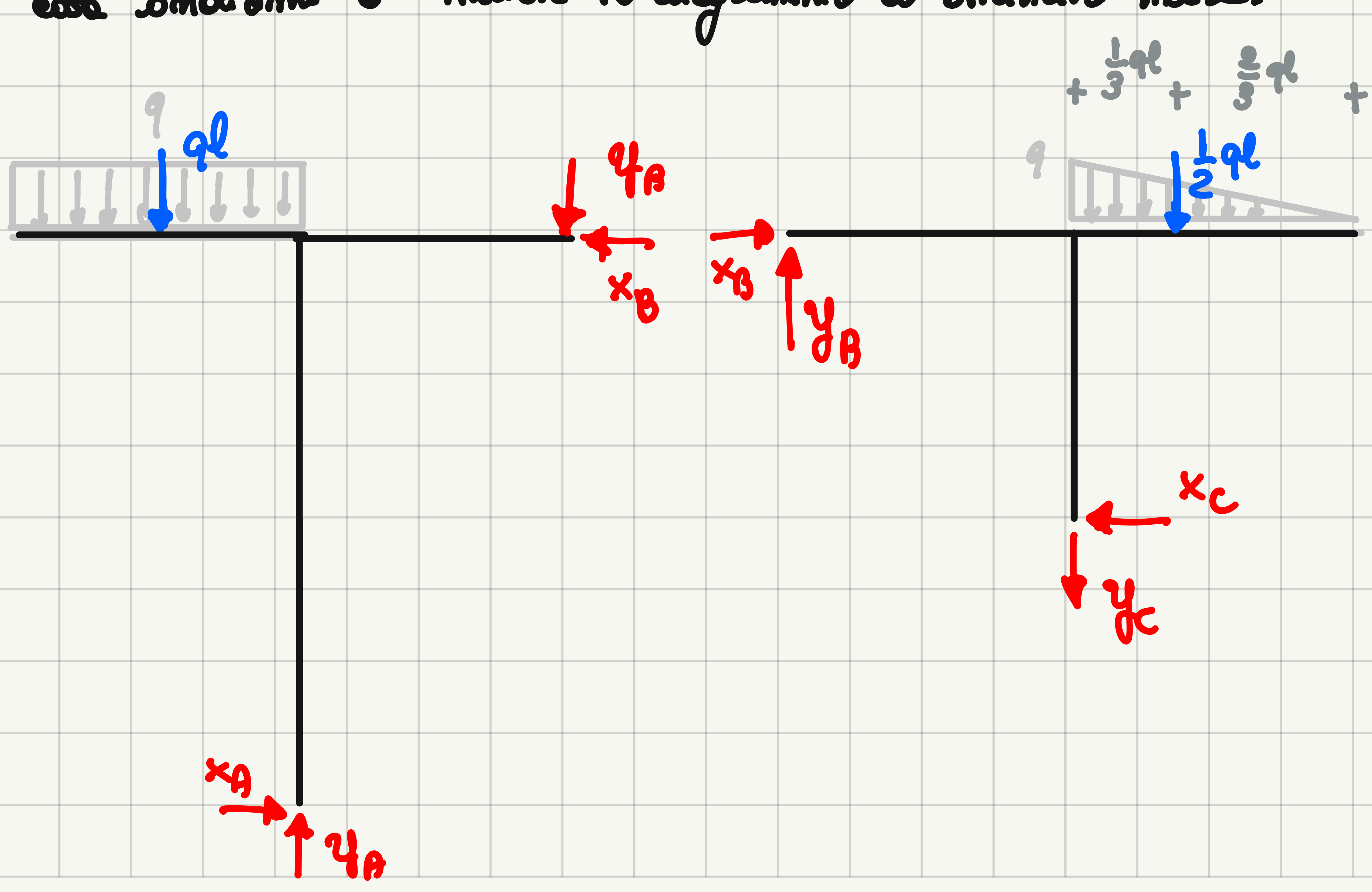
Facendo un'analisi della molteplicità dei vincoli ed eseguendo il computo del numero dei gradi di libertà emerge che: $n = m = 6$.

La struttura è **STATICAMENTE DETERMINATA** pertanto è possibile andare a calcolare le reazioni vincolari.

In buona sostanza ci possiamo aspettare:

$$\underline{B} \in \mathbb{R}^{6\times 6} \qquad \underline{r} \in \mathbb{R}^{6} \qquad \underline{f} \in \mathbb{R}^{6}$$

Per prima cosa andiamo a tracciare il diagramma di struttura libera.



A questo punto non ci resta che studiare la struttura, imponendo l'equilibrio attraverso le equazioni cardinali.
Per quanto riguarda il corpo a sinistra avremo:

$$
\circlearrowright A \quad \begin{cases} x_A - x_B = 0 \\ y_A - y_B = ql \\ \frac{1}{2}ql^2 - l\,y_B + 2l\,x_B = 0 \end{cases}
$$

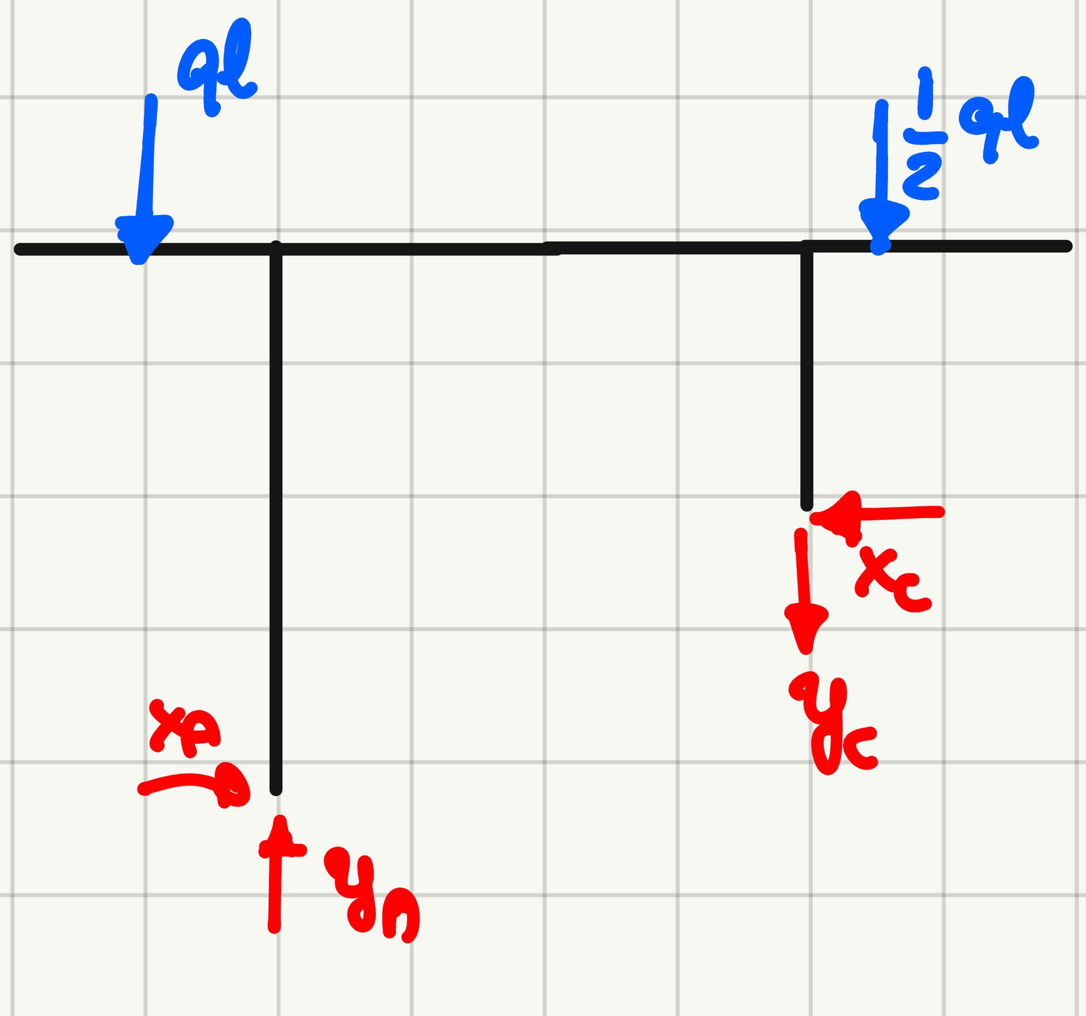
mentre per il corpo a destra:

$$
\circlearrowright C \quad \begin{cases} x_B - x_C = 0 \\ y_B - y_C = \frac{1}{2}ql. \\ -l\,x_B - l\,y_B - \frac{1}{6}ql^2 = 0. \end{cases}
$$

procediamo con la risoluzione, mettendo tutto a sistema.

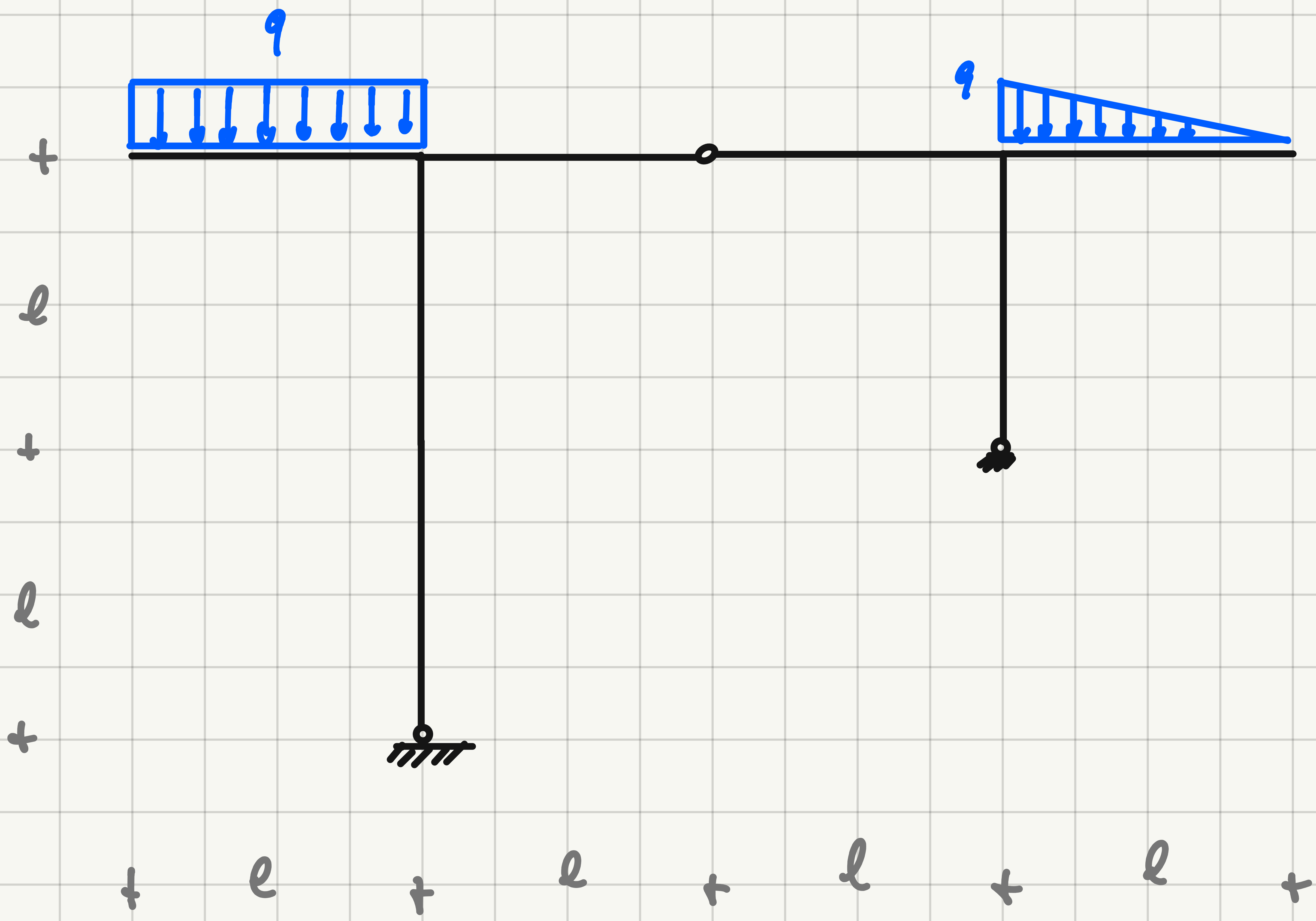
$$
\Sigma : \begin{cases} x_A - x_B = 0 \\ y_A - y_B = ql \\ \frac{1}{2}ql^2 - l\,y_B + 2l\,x_B = 0 \\ x_B - x_C = 0 \\ y_B - y_C = \frac{1}{2}ql. \\ -l\,x_B - l\,y_B - \frac{1}{6}ql^2 = 0. \end{cases}
$$

Sfruttiamo anche la conoscenza di una equazione ausiliaria, non considerando la struttura come due corpi rigidi separati. Scelto come polo il punto A



ESERCITAZIONE 2

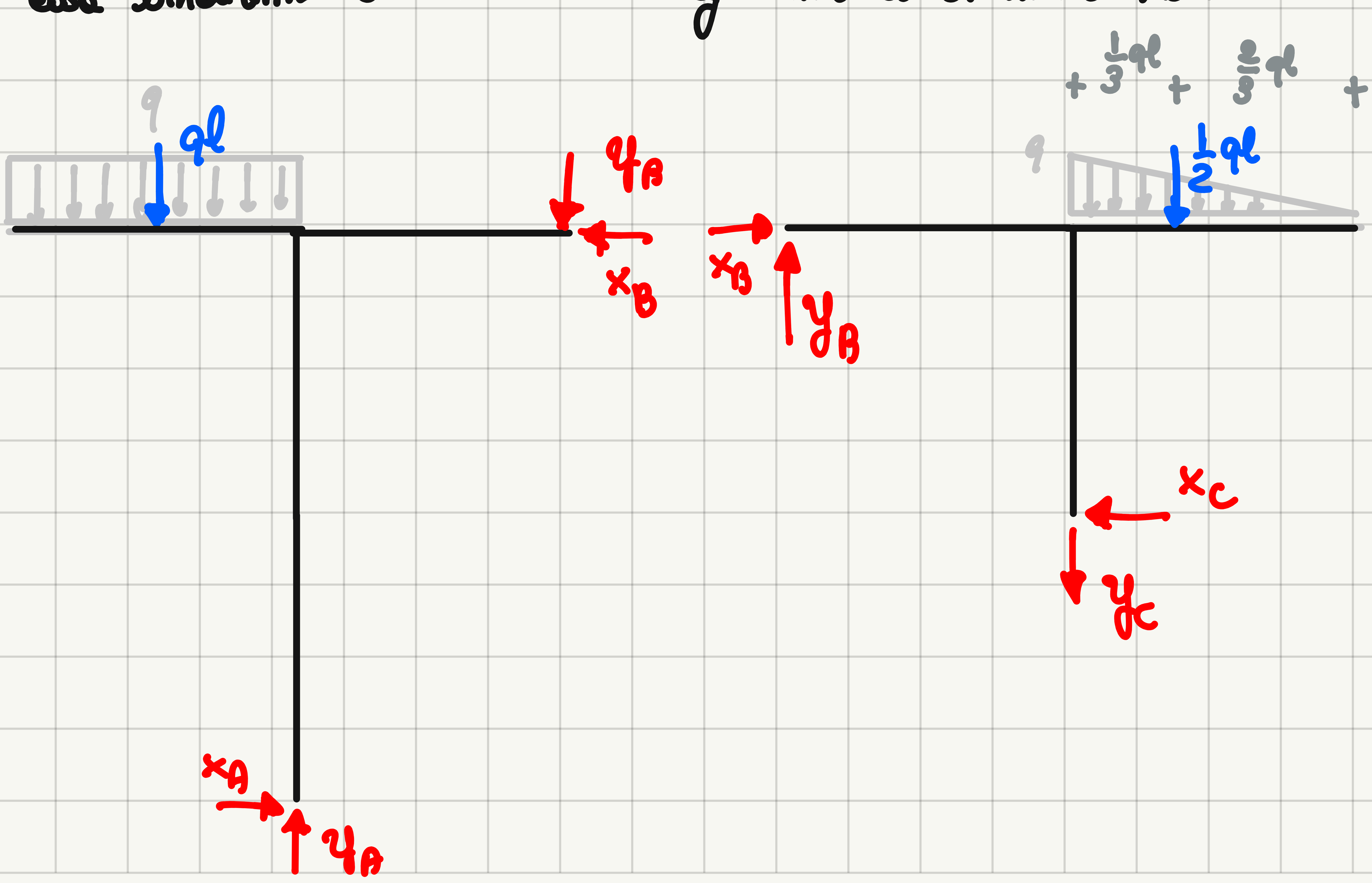
COMPLETAMENTO DELL'ESERCIZIO SULLA STATICA DEI SISTEMI DI CORPI RIGIDI



In via del tutto preliminare osserviamo che la struttura è costituita da due corpi rigidi vincolati a terra mediante delle cerniere e vincolati tra di loro mediante una cerniera interna.
Facendo un'analisi della molteplicità dei vincoli ed eseguendo il computo del numero dei gradi di libertà emerge che: $n = m = 6$.
La struttura è STATICAMENTE DETERMINATA pertanto è possibile andare a calcolare le reazioni vincolari.
In buona sostanza ci possiamo aspettare:

$$\underline{B} \in \mathbb{R}^{6\times 6} \qquad \underline{r} \in \mathbb{R}^{6} \qquad \underline{f} \in \mathbb{R}^{6}$$

Per prima cosa andiamo a tracciare il diagramma di struttura libera.



A questo punto non ci resta che studiare la struttura, imponendo l'equilibrio attraverso le equazioni cardinali.
Per quanto riguarda il corpo a sinistra avremo:

$$\begin{cases} x_A - x_B = 0 \\ y_A - y_B = ql \\ \frac{1}{2}ql^2 - l\,y_B + 2l\,x_B = 0 \end{cases}$$

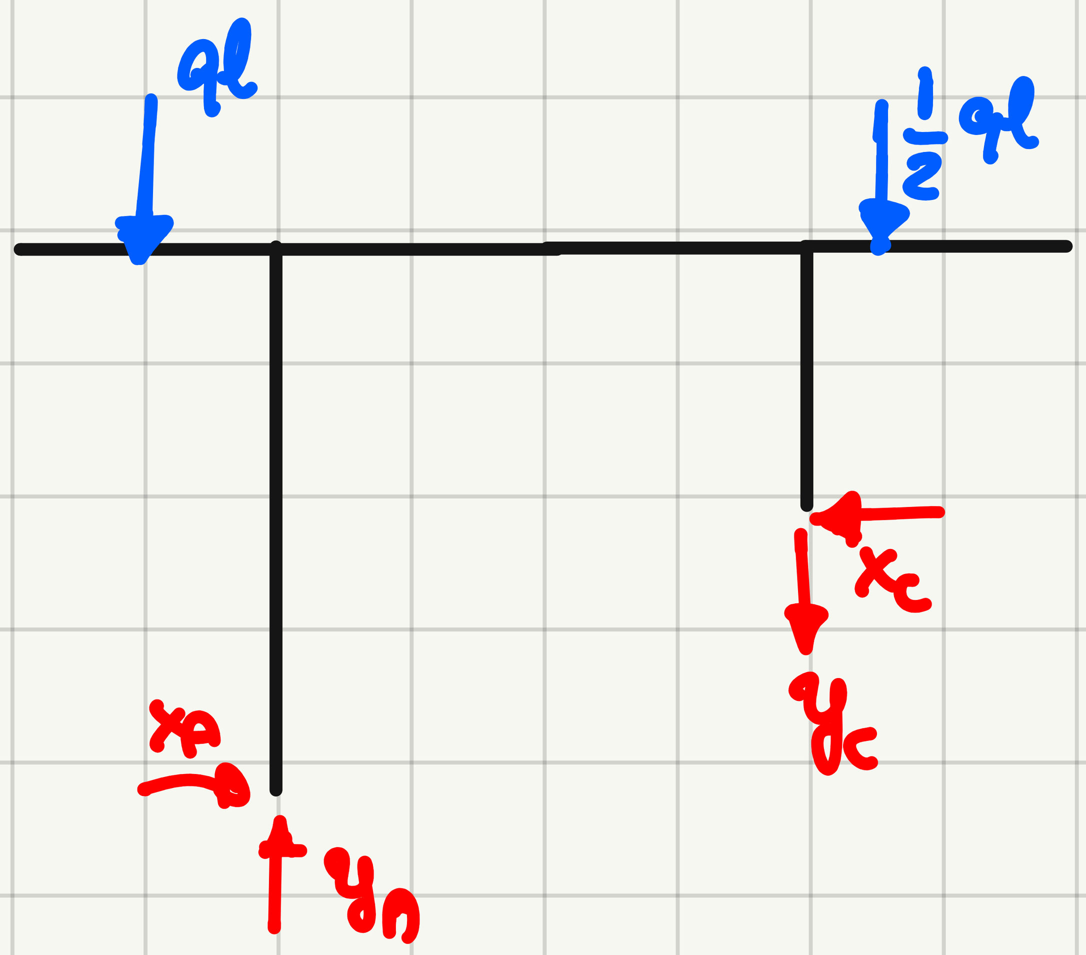
mentre per il corpo a destra:

$$\begin{cases} x_B - x_C = 0 \\ y_B - y_C = \frac{1}{2}ql. \\ -l\,x_B - l\,y_B - \frac{1}{6}ql^2 = 0. \end{cases}$$

procediamo con la risoluzione, mettendo tutto a sistema.

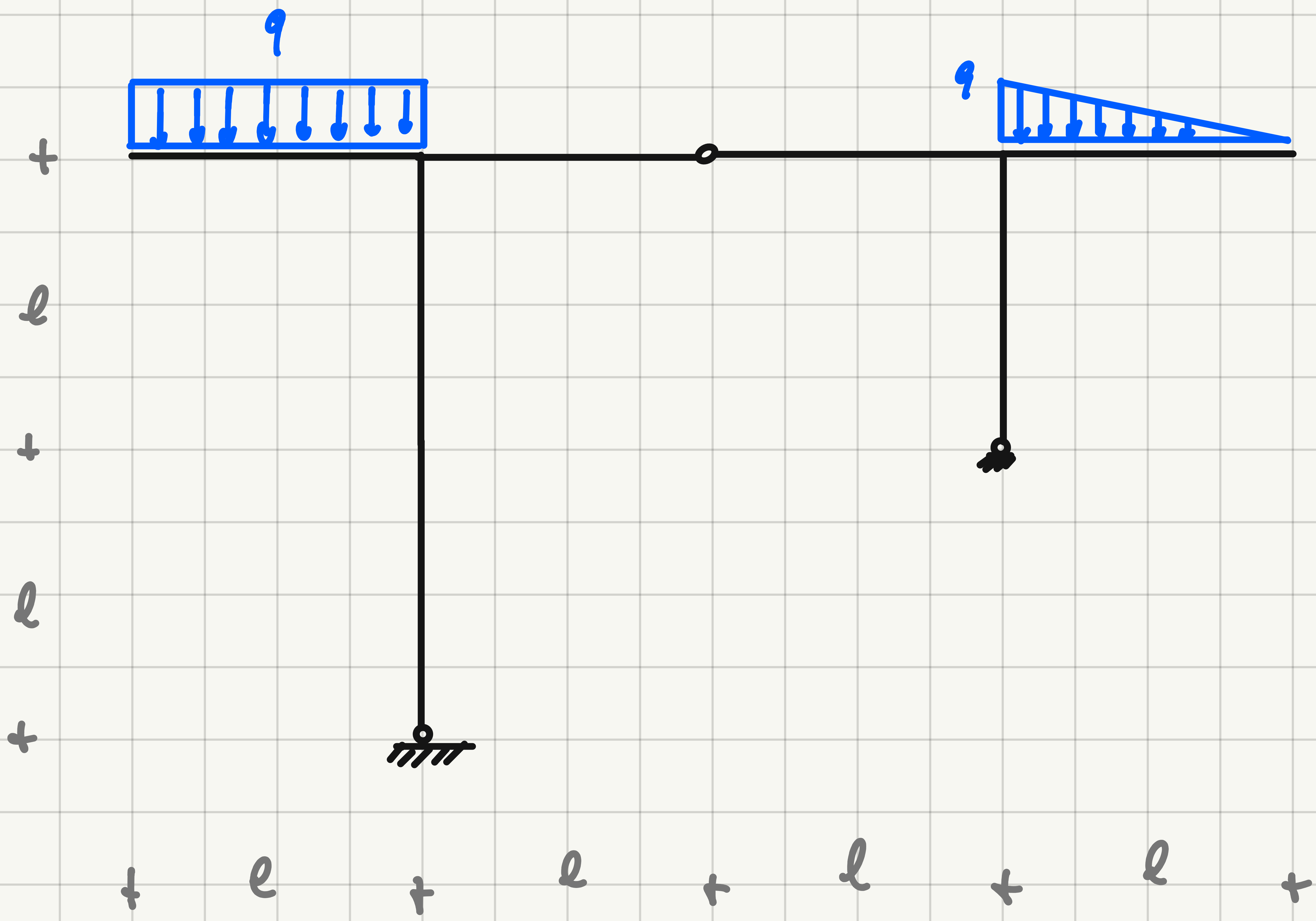
$$\Sigma : \begin{cases} x_A - x_B = 0 \\ y_A - y_B = ql \\ \frac{1}{2}ql^2 - l\,y_B + 2l\,x_B = 0 \\ x_B - x_C = 0 \\ y_B - y_C = \frac{1}{2}ql. \\ -l\,x_B - l\,y_B - \frac{1}{6}ql^2 = 0. \end{cases}$$

Sfruttiamo anche la conoscenza di una equazione ausiliaria, non considerando la struttura come due corpi rigidi separati. Scelto come polo il punto A



ESERCITAZIONE 2

COMPLETAMENTO DELL' ESERCIZIO SULLA STATICA DEI SISTEMI DI CORPI RIGIDI



In via del tutto preliminare osserviamo che la struttura è costituita da due corpi rigidi vincolati a terra mediante delle cerniere e vincolati tra di loro mediante una cerniera interna.

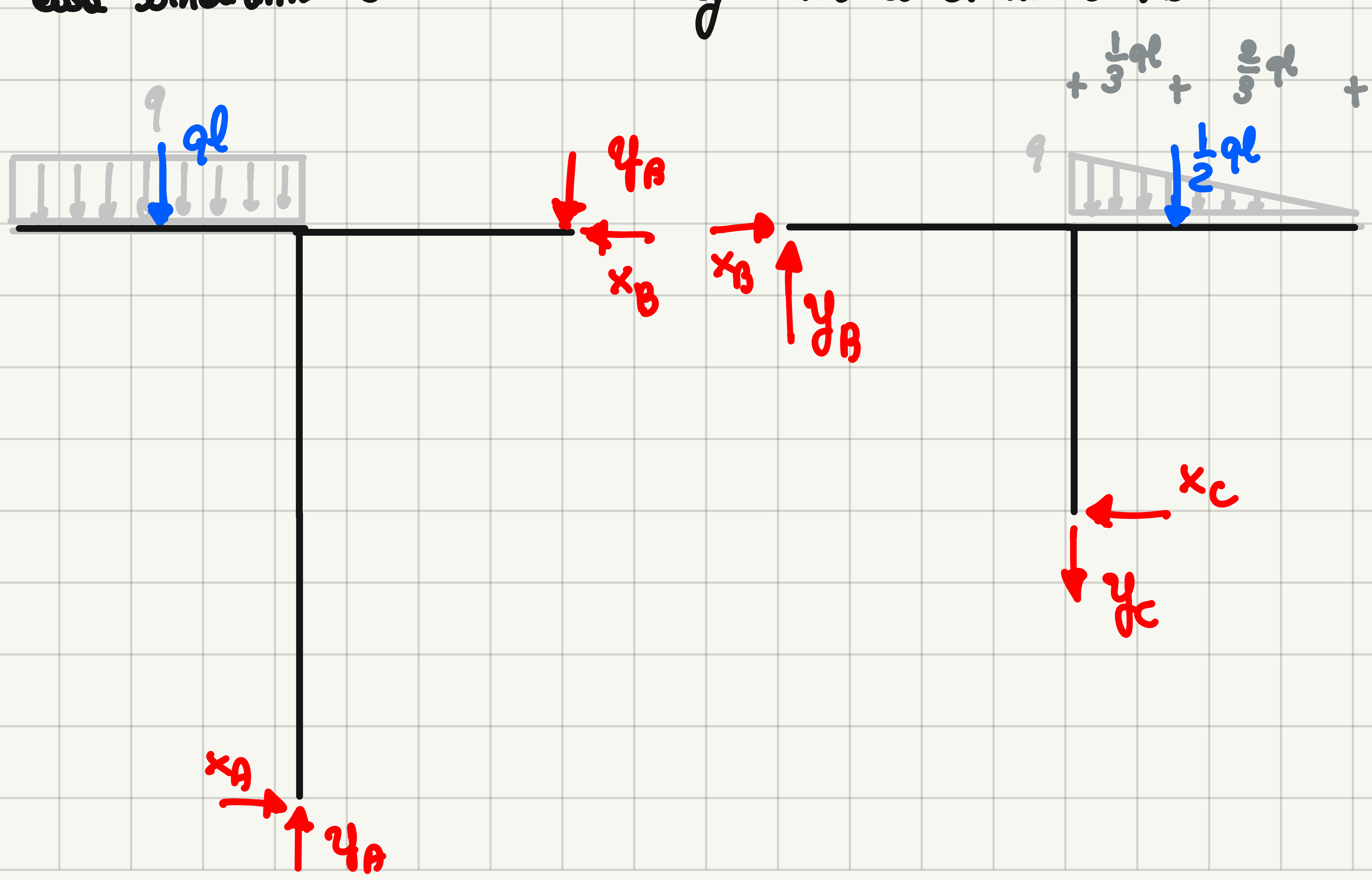
Facendo un'analisi della molteplicità dei vincoli ed eseguendo il computo del numero dei gradi di libertà emerge che: $n = m = 6$.

La struttura è **STATICAMENTE DETERMINATA** pertanto è possibile andare a calcolare le reazioni vincolari.

In buona sostanza ci possiamo aspettare:

$$\underline{B} \in \mathbb{R}^{6\times 6} \qquad \underline{r} \in \mathbb{R}^{6} \qquad \underline{f} \in \mathbb{R}^{6}$$

Per prima cosa andiamo a tracciare il diagramma di struttura libera.



A questo punto non ci resta che studiare la struttura, imponendo l'equilibrio attraverso le equazioni cardinali.
Per quanto riguarda il corpo a sinistra avremo:

$$\begin{cases} x_A - x_B = 0 \\ y_A - y_B = q\ell \\ \frac{1}{2}q\ell^2 - \ell y_B + 2\ell x_B = 0 \end{cases}$$

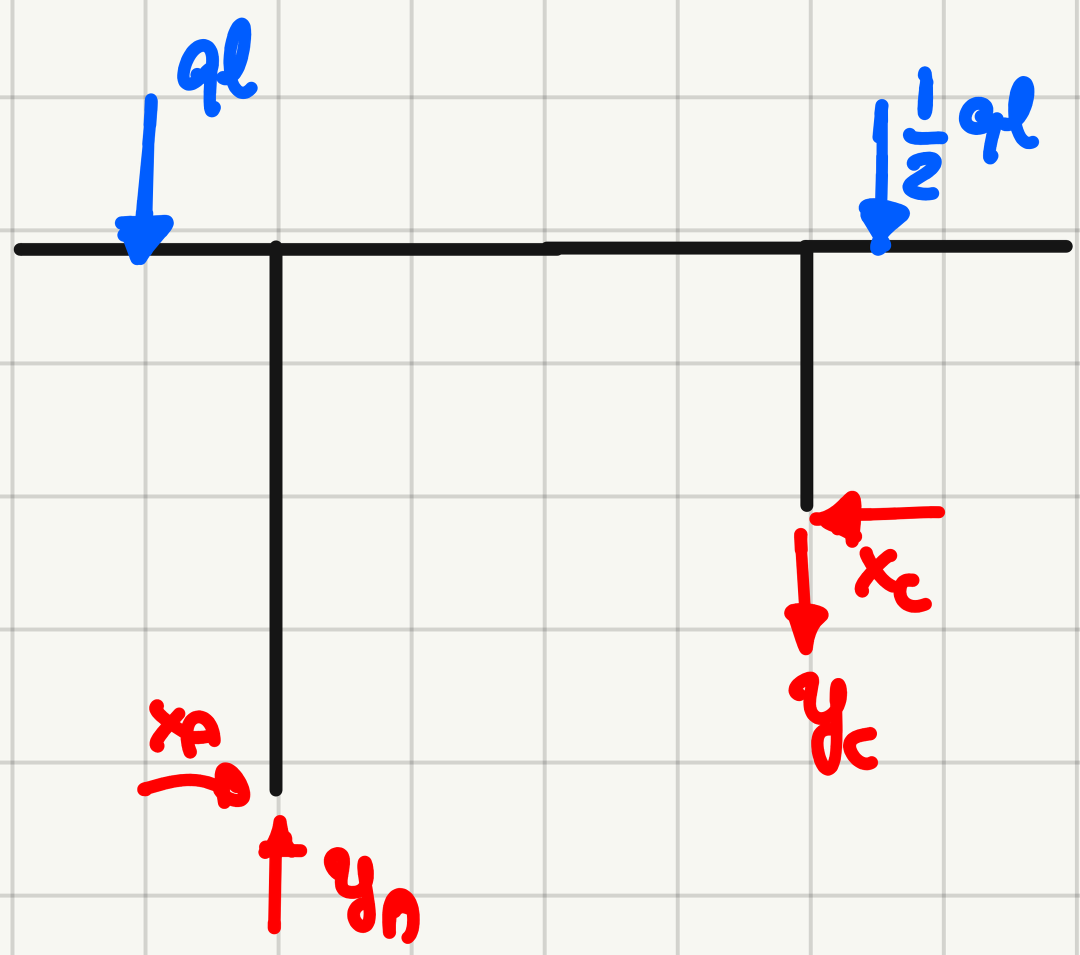
mentre per il corpo a destra:

$$\begin{cases} x_B - x_C = 0 \\ y_B - y_C = \frac{1}{2}q\ell. \\ -\ell x_B - \ell y_B - \frac{1}{6}q\ell^2 = 0. \end{cases}$$

procediamo con la risoluzione, mettendo tutto a sistema.

$$\Sigma : \begin{cases} x_A - x_B = 0 \\ y_A - y_B = q\ell \\ \frac{1}{2}q\ell^2 - \ell y_B + 2\ell x_B = 0 \\ x_B - x_C = 0 \\ y_B - y_C = \frac{1}{2}q\ell. \\ -\ell x_B - \ell y_B - \frac{1}{6}q\ell^2 = 0. \end{cases}$$

Sfruttiamo anche la conoscenza di una equazione ausiliaria, non considerando la struttura come due corpi rigidi separati. Scelto come polo il punto A



Scriviamo la seconda equazione cardinale specializzata al caso STATICO

$$A \circlearrowright \quad \frac{1}{2}ql^2 + l x_c - 2l y_c - \frac{7}{3}ql^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_c - 2y_c = \frac{11}{6}ql \qquad (1)$$

che possiamo riscrivere ricordando che:

$$\begin{cases} x_c = x_B \\ y_c = y_B - \frac{1}{2}ql \end{cases}$$

sostituendo in (1) otteniamo:

$$x_B - 2\left(y_B - \frac{1}{2}ql\right) = \frac{11}{6}ql.$$

$$x_B - 2y_B + ql = \frac{11}{6}ql.$$

$$x_B - 2y_B = \frac{5}{6}ql.$$

che messa a sistema con l'ultima equazione del sistema di equazioni Σ

$$\begin{cases} x_B - 2y_B = \frac{5}{6}ql. \\ x_B + y_B = -\frac{1}{6}ql \end{cases}$$

dal quale una volta risolto otteniamo:

$$x_B = \frac{1}{6}ql$$

$$y_B = -\frac{1}{3}ql$$

Scriviamo la seconda equazione cardinale specializzata al caso STATICO

$$A \circlearrowleft \qquad \frac{1}{2}ql^2 + l\,x_c - 2l\,y_c - \frac{7}{3}ql^2 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad x_c - 2y_c = \frac{11}{6}ql \qquad (1)$$

che possiamo riscrivere ricordando che:

$$\begin{cases} x_c = x_B \\ y_c = y_B - \frac{1}{2}ql \end{cases}$$

sostituendo in (1) otteniamo:

$$x_B - 2\left(y_B - \frac{1}{2}ql\right) = \frac{11}{6}ql.$$

$$x_B - 2y_B + ql = \frac{11}{6}ql.$$

$$x_B - 2y_B = \frac{5}{6}ql.$$

che messa a sistema con l'ultima equazione del sistema di equazioni Σ

$$\begin{cases} x_B - 2y_B = \frac{5}{6}ql. \\ x_B + y_B = -\frac{1}{6}ql \end{cases}$$

dal quale una volta risolto otteniamo:

$$x_B = \frac{1}{6}ql$$

$$y_B = -\frac{1}{3}ql$$

Riporto per comodità il sistema Σ

$$
\begin{cases}
x_A - x_B = 0 \\
y_A - y_B = ql \\
\frac{1}{2}ql^2 - l\,y_B + 2l\,x_B = 0 \\
x_B - x_C = 0 \\
y_B - y_C = \frac{1}{2}ql. \\
-l\,x_B - l\,y_B - \frac{1}{6}ql^2 = 0.
\end{cases}
$$

$$x_B - 2y_B = \frac{5}{6}ql.$$ equazione ausiliaria.

noti: $x_B = \frac{1}{6}ql$ $\quad y_B = -\frac{1}{3}ql$

In conclusione otteniamo:

$$
\begin{cases}
x_A = \frac{1}{6}ql \\
y_A = \frac{2}{3}ql \\
x_B = \frac{1}{6}ql \\
y_B = -\frac{1}{3}ql \\
x_C = \frac{1}{6}ql \\
y_C = -\frac{5}{6}ql.
\end{cases}
$$