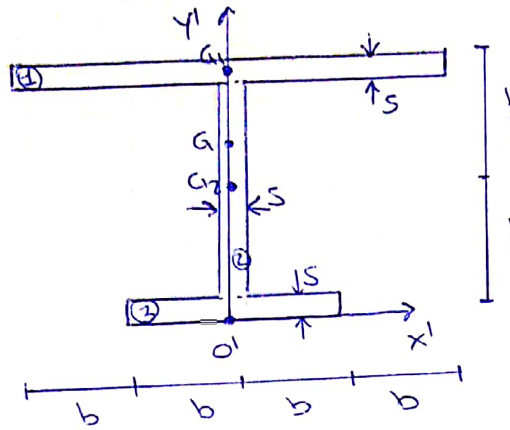
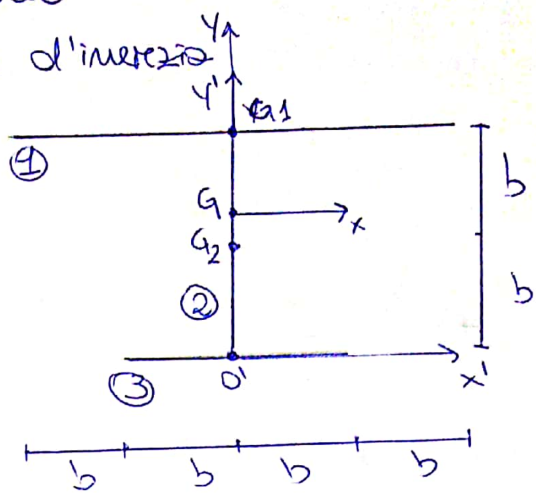
SUSANNA PIETRANTONI

Esercitazione 6: Geometria delle aree

Determinare assi e momenti principali d'inerzia





Soluzione:

La figura presenta un asse di simmetria verticale, pertanto, il baricentro G giacerà su tale asse, con coordinata $G(0; y'_G)$, ed il momento statico $S_y = 0$. L'asse di simmetria y è anche asse principale d'inerzia.

Procedo trovando la coordinata y_G, necessaria per il calcolo dei momenti principali di inerzia.

Suddivido la figura in 3 sottoaree; ne calcolo area, baricentro e momento statico:

• 1:

$A_1 = 4bs$

$y'_{G1} = 2b$

$S_{x'_1} = A_1 \cdot y'_{G1} = 8b^2s$

2

$A_2 = 2bs$

$y'_{G2} = b$

$S_{x'_2} = y'_{G2} \cdot A_2 = 2b^2s$

3

$A_3 = 2bs$

$y'_{G3} \cong 0$

$S_{x'_3} \cong 0$

⇒ Calcolo l'area totale della figura:

$$A_{TOT} = \sum_i A_i = A_1 + A_2 + A_3 = 8bs$$

⇒ Calcolo il momento statico totale della figura:

$$S_{x'TOT} = \sum_i S_{x'_i} = S_{x'_1} + S_{x'_2} + S_{x'_3} = 8b^2s + 2b^2s + 0 = 10b^2s$$

⇒ Posso ora calcolare la coordinata y'_G del baricentro:

$$y'_G = \frac{S_{x'tot}}{A_{TOT}} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}}b^2s}{\underset{4}{\cancel{8}}bs} = \frac{5b}{4} \implies G\left(0; \frac{5b}{4}\right)$$

⇒

$\rightarrow I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3}$

$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3}$

Calcolo i momenti principali di inerzia, utilizzando le regole valide per le figure piane e la regola del trasporto:

$$\cdot I_{x1} = \cancel{\frac{4bs^3}{12}}\ \frac{bh^3}{12} + d_{y1}^2 \cdot A_1 = \frac{4}{12}bs^3 + \frac{9}{4}b^3 s \cong \frac{9b^3 s}{4}$$

$$\cdot I_{x2} = \frac{bh^3}{12} + d_{y2}^2 A_2 = \frac{8sb^3}{12} + \frac{b^2}{16} 2bs \cong \frac{19}{24} b^3 s$$

$$\cdot I_{x3} = \frac{bh^3}{12} + d_{y3}^2 A_3 = \frac{2bs^3}{12} + \frac{25}{8} b^3 s \cong \frac{25}{8} b^3 s$$

Ho trascurato i termini con s^3 perché $s \ll b$.

$$I_x = \frac{9}{4} b^3 s + \frac{19}{24} b^3 s + \frac{25}{8} b^3 s = \frac{37 b^3 s}{6}$$

$$\cdot I_{y1} = \frac{hb^3}{12} = \frac{s \cdot 64 b^3}{12} = \frac{16}{3} b^3 s$$

$\cdot I_{y2} = \dfrac{2b \cdot s^3}{12} = \dfrac{bs^3}{6} \approx 0 \rightarrow$ trascuro questo termine

$$\cdot I_{y3} = \frac{8}{12} s b^3 = \frac{2}{3} b^3 s$$

$$I_y = \frac{16}{3} b^3 s + \frac{2}{3} b^3 s = 6 b^3 s$$