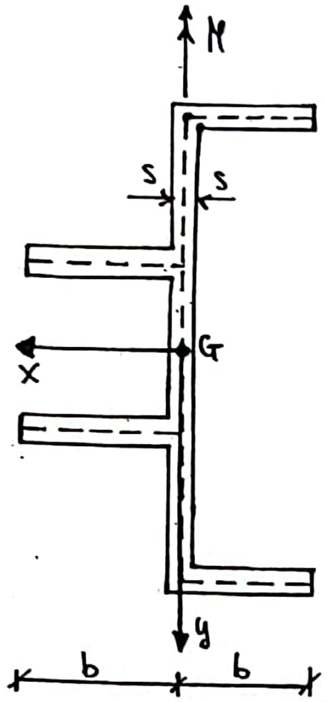
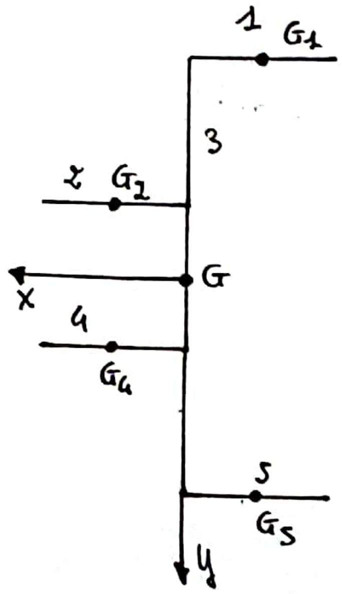
Esercitazione 9: Flessione Retta 2

Consegna: Si consideri il problema della flessione retta di un cilindro di Saint-Venant la cui sezione di piccolo spessore è riportata in figura. Determinare l'asse neutro, la distribuzione delle tensioni normali, i punti in cui si raggiungono le massime tensioni tangenziali normali di trazione e di compressione. Si consideri lo spessore costante.





Svolgimento: La figura ha asse di simmetria x, che è pertanto asse centrale principale di inerzia; mi aspetto quindi che il baricentro G giaccia su tale retta.

Divido la figura in cinque sottoaree:

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= A_5 = sb \\ A_2 &= A_4 = sb \\ A_3 &= 3sb \end{aligned}\right\} \quad A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 7sb$$

Poiché x è asse di simmetria, mi aspetto che i momenti statici calcolati rispetto ad x siano nulli ($S_x = 0$), e di conseguenza anche la coordinata del baricentro $y_G = \frac{S_x}{A} = 0$.

Calcolo la coordinata x_G del baricentro:

Essendo la figura composta da sezioni rettangolari, posso ricavarne direttamente i baricentri:

$x_{G1} = x_{G5} = -\frac{b}{2}$ $\quad y_{G1} = -\frac{3}{2}b$ $\quad y_{G4} = \frac{b}{2}$

$x_{G2} = x_{G4} = +\frac{b}{2}$ $\quad y_{G2} = -\frac{b}{2}$ $\quad y_{G5} = \frac{3b}{2}$

$x_{G3} = 0$ $\quad y_{G3} = 0$

Pertanto i momenti statici rispetto ad y risultano:

$$S_{y_1} = S_{y_5} = x_{G_1} \cdot A_1 = -\frac{b}{2} \cdot sb = -\frac{1}{2} b^2 s$$
$$S_{y_2} = S_{y_4} = \frac{b}{2} \cdot sb = \frac{1}{2} b^2 s$$
$$S_{y_3} = x_{G_3} \cdot A_3 = \emptyset$$
$$\Big\} \; S_y = -\cancel{b^2 s} + \cancel{b^2 s} + \emptyset = \emptyset$$

$$\Rightarrow \quad x_G = \frac{S_y}{A} = \emptyset$$

Il baricentro della figura ha coordinate $G(\emptyset; \emptyset)$.

Ora devo trovare i punti in cui si raggiungono le massime tensioni tangenziali normali di trazione e di compressione.

La tensione normale è data da: $\sigma_z = -\frac{M_y}{I_y} x$

Calcolo quindi il momento principale di inerzia I_y utilizzando le regole valide per le figure piane e la regola del trasporto:

$$I_{y_1} = I_{y_5} = \frac{sb^3}{12} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot (sb) = \frac{sb^3}{12} + \frac{sb^3}{4} = \frac{4sb^3}{12} = \frac{sb^3}{3}$$
$$I_{y_2} = I_{y_4} = \frac{sb^3}{12} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot (sb) = \frac{sb^3}{3}$$
$$I_{y_3} = \underbrace{\frac{3bs^3}{12}}_{\approx 0} + \emptyset = \emptyset \qquad \text{Trascuro il termine "}s^3\text{"}$$

$$\Rightarrow \quad I_y = \frac{2}{3} sb^3 + \frac{2}{3} sb^3 + \emptyset = \frac{4}{3} sb^3$$

Quindi sapendo che $M_y = -M < 0$, la tensione normale è data da:

$$\sigma_z = -\frac{M_y}{I_y} x = \frac{3M}{4sb^3} x$$

Pertanto y è <u>Asse Neutro</u> per la figura ($\sigma_z = \emptyset \Rightarrow x = \emptyset$).

Ora calcolo i punti in cui si raggiungono $\sigma_{z\,MAX}$ e $\sigma_{z\,MIN}$:

$$x_{MAX} = x_A = b \quad \Rightarrow \quad \sigma_{A\,MAX} = \frac{3M}{4sb^3} \cdot (b) = \frac{3M}{4sb^2} \quad |T|$$

$$x_{MIN} = x_B = -b \quad \Rightarrow \quad \sigma_{B\,MIN} = \frac{3M}{4sb^3} \cdot (-b) = -\frac{3M}{4sb^2} \quad |C|$$

La distribuzione delle tensioni normali è la seguente: