- nozione di "campo di spostamento"
- variazione della posizione relativa tra due punti

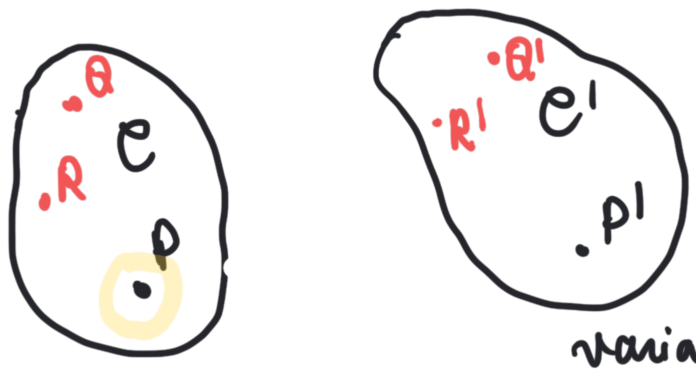
- rappresentazione analitica di un campo di spostamento mediante un riferimento cartesiano
- campi di spostamento rigidi infinitesimi
- rappresentazione analitica di un campo di spostam. rigido (matrice di rotazione e parametri lagrangiani).

- spostamenti rigidi piani
- centro di rotazione
- rappresentazione grafica di una rotazione e di una traslazione
- ortogonalità tra spostamento in P e segmento CP.
- rappresentazione grafica di una traslazione

Cinematica dei CORPI RIGIDI

$\underline{u}_Q$

$\underline{u}_R$



configurazione iniziale

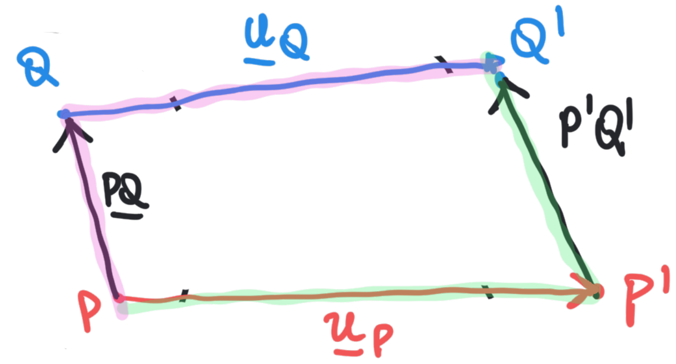
variata o finale

spostamento

$\underline{u}_P = P' - P$

$P + \underline{u}_P = P'$

POSIZIONE RELATIVA TRA DUE PUNTI

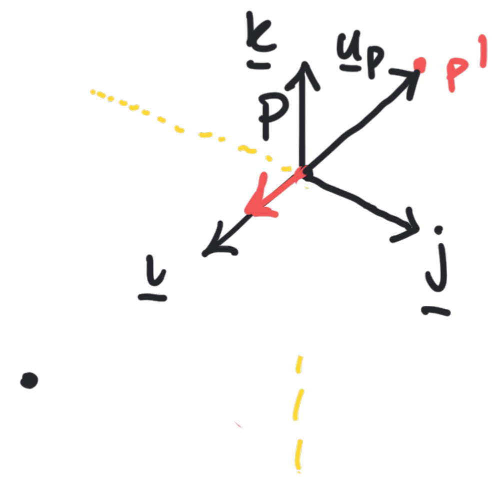


noto $\underline{PQ}$, calcolare $\underline{P'Q'}$

$$\underline{u}_P + \underline{P'Q'} = \underline{PQ} + \underline{u}_Q$$

$$\underline{P'Q'} = \underline{PQ} + \underline{u}_Q - \underline{u}_P$$

SISTEMA DI COORDINATE



$$\underline{OP} = x\underline{i} + y\underline{j} + z\underline{k}$$

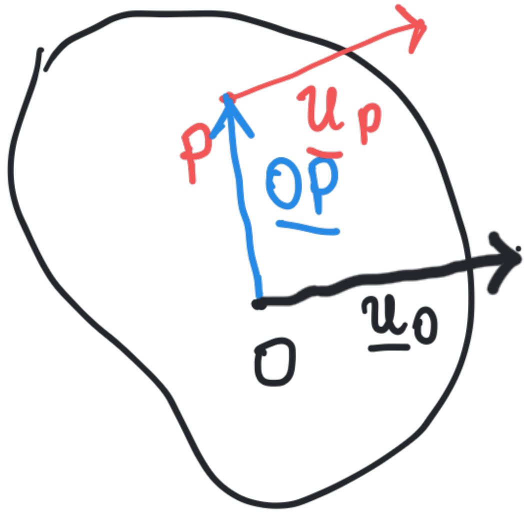
$$P'= P + \underline{u}_P$$

$$P \longleftrightarrow (x, y, z)$$

CAMPO DI SPOSTAMENTO RIGIDO INFINITESIMO

$$\underline{u}_P = \underline{u}_O + \underline{\theta} \times \underline{OP}$$

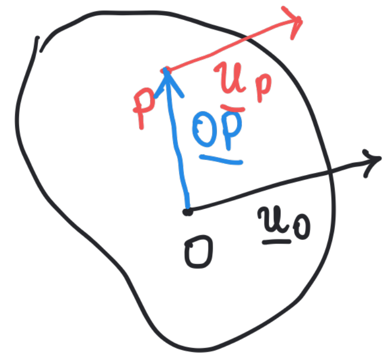
vettore rotazione



O polo di riduzione degli spostamenti.

Campo di spostamento rigido infinitesimo

$$\underline{u}_P = \underline{u}_O + \underline{\theta} \times \underline{OP}$$



Rappresentazione scalare

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_O \\ v_O \\ w_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\vartheta_z & \vartheta_y \\ \vartheta_z & 0 & -\vartheta_x \\ -\vartheta_y & \vartheta_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

comp. $\underline{u}$ $\quad$ $\underline{u}_O$ $\quad$ $\underline{\Omega} = -\underline{\Omega}^T$ antisimm $\quad$ $\underline{OP}$

6 parametri scalari

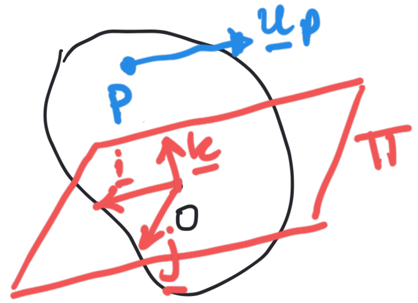
$$\underline{q} = [u_0, v_0, w_0, \vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z]^T = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

spostamenti generalizzati $\quad u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad \vartheta_x \quad \vartheta_y \quad \vartheta_z$

CAMPI PIANI

Campo di spostamento rigido infinitesimo

$$\underline{u}_P = \underline{u}_O + \underline{\theta} \times \underline{OP}$$



Rappresentazione scalare

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_O \\ v_O \\ w_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & \theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

0 $\qquad$ $= 0$

$$\underline{u}_P \parallel \pi$$

$$\underline{u}_P \cdot \underline{k} = 0$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_O \\ v_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\theta_z \\ \theta_z & 0 \end{bmatrix}$$

CENTRO DI ROTAZIONE

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\vartheta \\ \vartheta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$u = u_0 - \vartheta y$$

$$v = v_0 + \vartheta x$$

TRASLAZIONI E ROTAZIONI

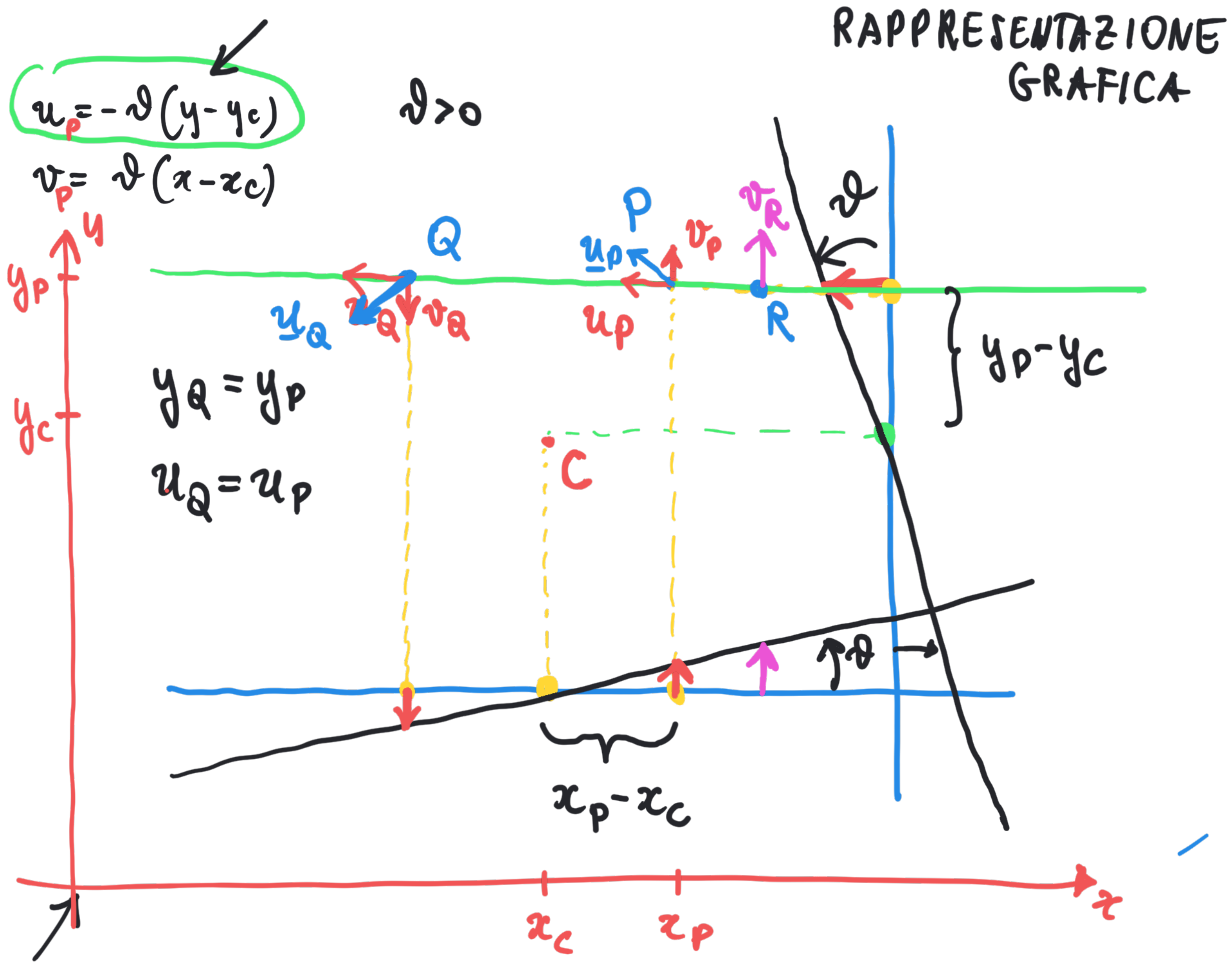
In sintesi:

- $\vartheta = 0 \Rightarrow \begin{matrix} u_P = u_0 \\ v_P = v_0 \end{matrix} \quad \forall P$ (costanti)

  (<u>traslazione</u>)

- $\vartheta \neq 0 \Rightarrow \exists C$ tale che: $\begin{matrix} u_P = -\vartheta(y_P - y_C) \\ v_P = \vartheta(x_P - x_C) \end{matrix}$ $\forall P$.

  (<u>rotazione</u>)



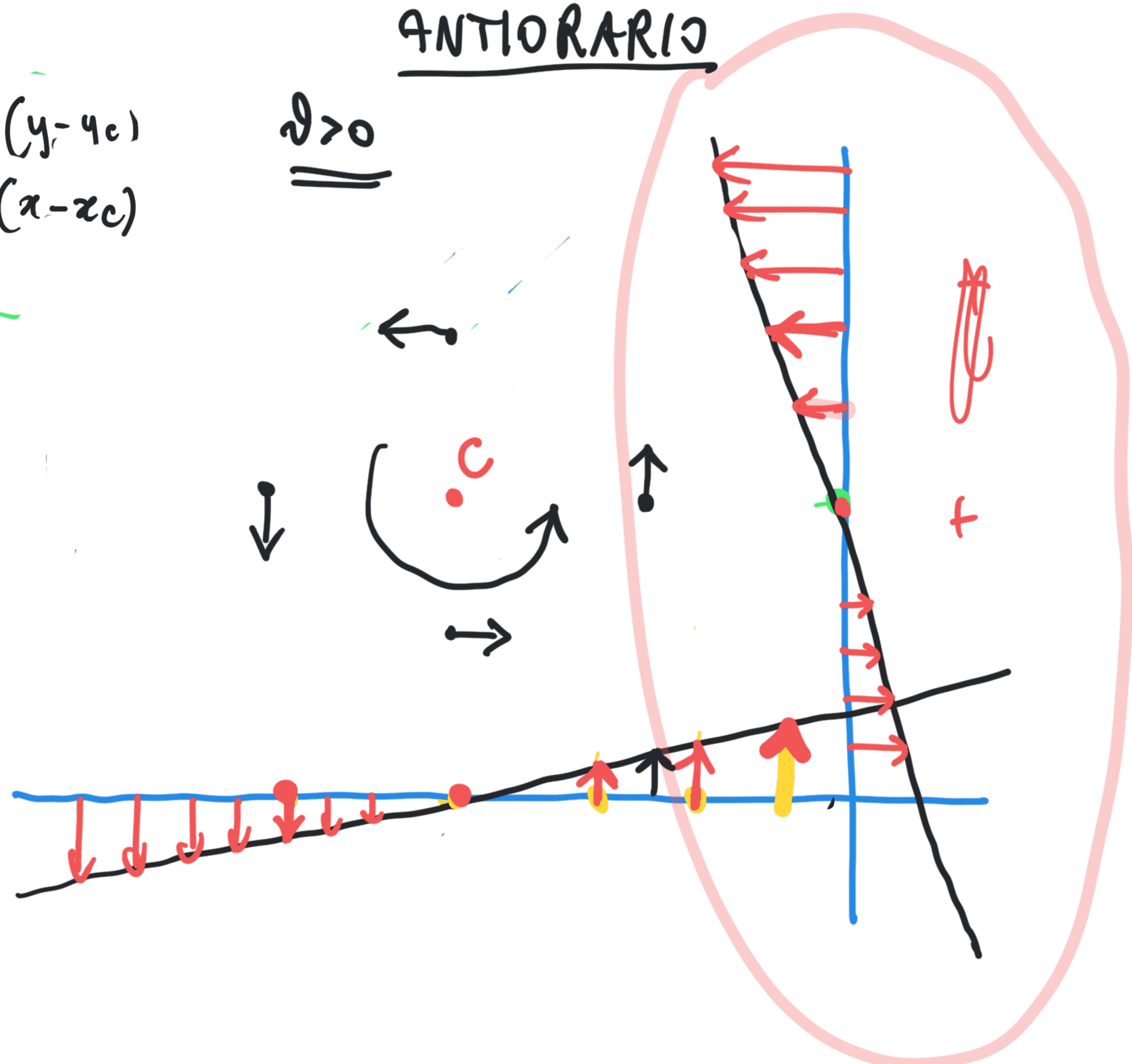
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
$u_P = -\vartheta(y - y_c)$
$v_P = \vartheta(x - x_c)$
$\vartheta > 0$
Q
P
R
C
u_P
v_P
v_R
u_Q
v_Q
$y_Q = y_P$
$u_Q = u_P$
$y_P - y_c$
$x_P - x_c$
ϑ
y_P
y_c
x_c
x_P
x
y

ANTIORARIO

$u = -\vartheta (y - y_c)$

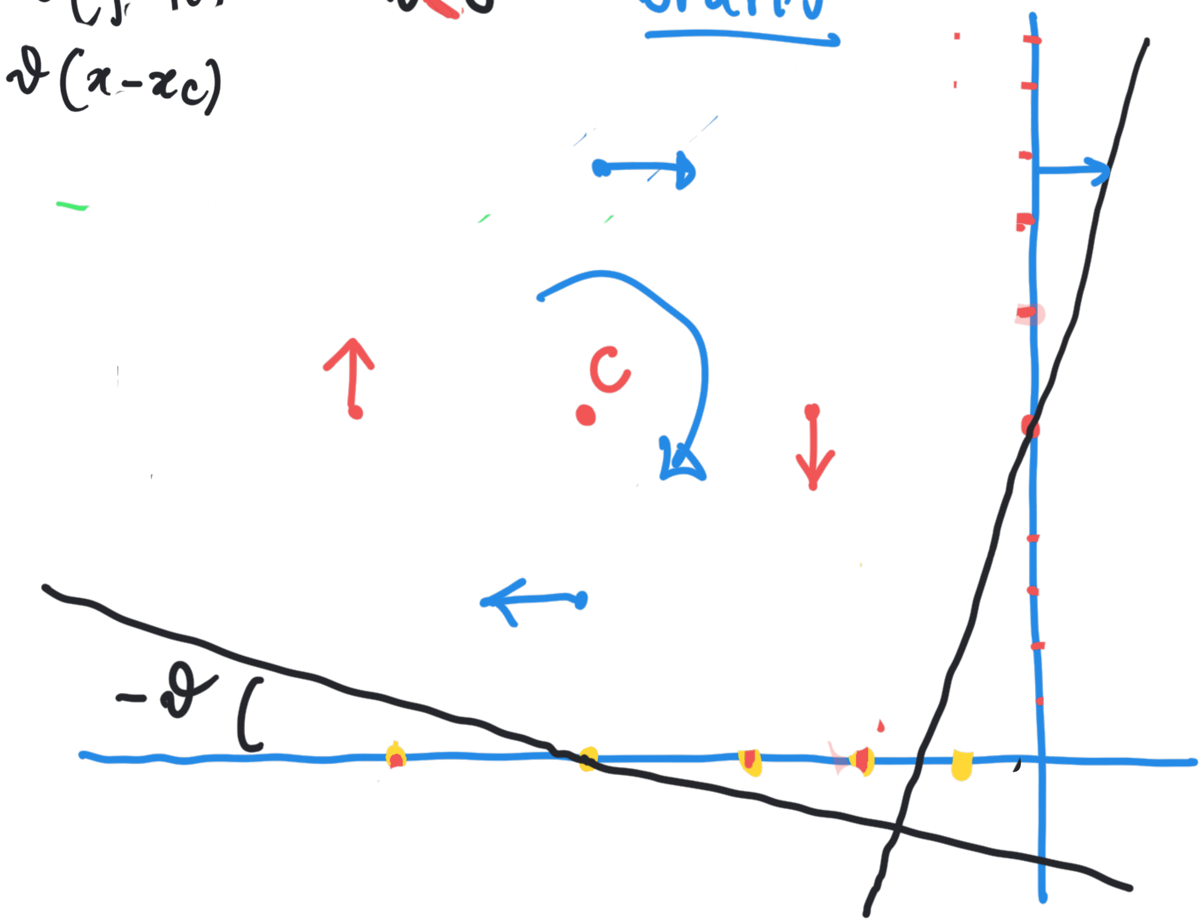
$v = \vartheta (x - x_c)$

$\vartheta > 0$



$$u = -\vartheta(y - y_c)$$
$$v = \vartheta(x - x_c)$$

$\vartheta < 0$ orario

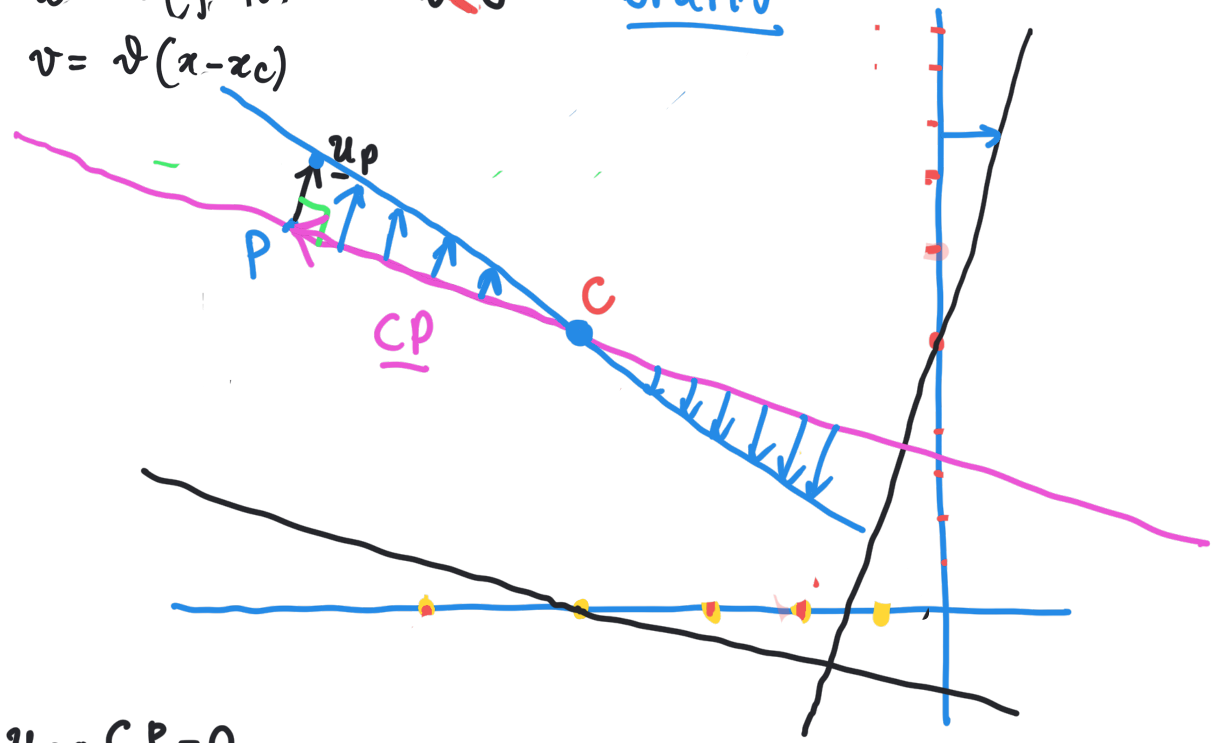


$\vartheta > 0$ antiorario

$\vartheta < 0$ orario

$u = -\vartheta(y - y_c)$ $\quad \vartheta < 0 \quad$ orario

$v = \vartheta(x - x_c)$



$\underline{u}_P \cdot \underline{CP} = 0$

$\vartheta > 0 \quad$ antiorario

$\vartheta < 0 \quad$ orario

$$\underline{u}_P = \underline{u}_C + \underline{\vartheta} \times \underline{CP} \qquad \underline{u}_C = 0$$

$O = C$

$$\underline{u}_P = \underline{\vartheta} \times \underline{CP}$$

$$\underline{u}_P \cdot \underline{CP} = \underline{\vartheta} \times \underline{CP} \cdot \underline{CP} = 0$$

TRASLAZIONI

$u = u_0$

$v = v_0$

$\vartheta < 0$

orario