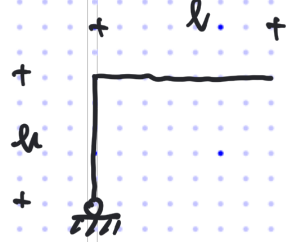
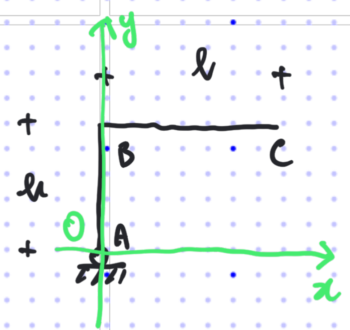
ESEMPIO 3 struttura cinematicamente indeterminata (o ipocinematica, labile)



$n = 3$

$m = 2$



$O = A$ origine

$q = [u_A, v_A, \vartheta]$

$u = u_A - \vartheta x$

$v = v_A + \vartheta y$

vincoli:

$u_A = 0$

$v_A = 0$

$$m\left\{ \overbrace{\begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \end{bmatrix}}^{n} \right. \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ \vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\equiv A$

minore di rango max. $(=2)$

$p \leq \max(m, n) = 2$

$\infty^{n-m} = \infty^{3-2} = \infty^1$ soluzioni

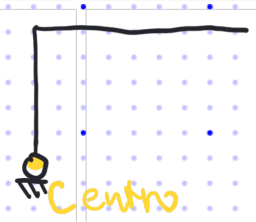
ϑ arbitrario

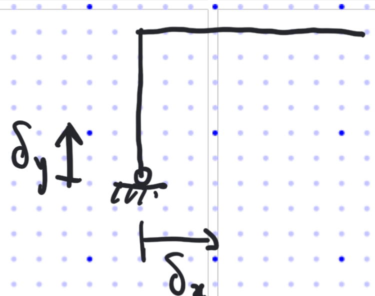
$u_A = \delta_x$

$v_A = \delta_y$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{q} = \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{bmatrix}$$

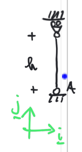
$\exists$ sempre soluzione





TORNIAMO A ESEMPIO 4

STRUTTURA DEGENERE



$p =$ rango $A = 2$

Pb. cinem. omogeneo

$\underline{A}\,\underline{q} = \underline{0}$

$\underline{q} = \underline{0}$ soluzione

ma $\exists\ \infty^{n-m} = \infty^1$ soluz.ni

Sostituzione:

$u_A = 0$

$\left.\begin{array}{l} v_A = 0 \\ v_A = 0 \end{array}\right\}$ eq. lin dip.

ϑ arbitrario.

$l = 0$

Abbiamo visto che scegliendo

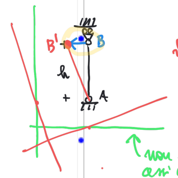
$q = [u_A, v_A, \vartheta]$ si ha

$$A = \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}^{n} \Big\} m$$

colonna nulla (linearm. dipend. dalle altre)

lin. indip.ti (non proporzionali)

Nota $p = 2$ si ottiene anche calcolando $\det A = 0$ e osservando che $\exists$ minore di dimens. 2 con rango max



$\vartheta > 0$

$-u_B = \vartheta h > 0$

Oss: $|AB'|^2 = |AB|^2 + |BB'|^2 = h^2 + (\vartheta h)^2$

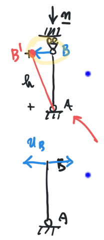
lungh. conf. def. Pitagora

$|AB| = h \underbrace{\sqrt{1+\vartheta^2}}_{1+o(\vartheta) \simeq 1} \simeq h$

a meno di inf.mi di ordine superiore a ϑ

Oss: la struttura si dice DEGENERE perché pur essendo presenti tanti vincoli ($m=3$) quanti sono i g.d.l. ($n=3$) il sistema ammette campi di spostamento non banali compatibili con i vincoli.

Si dice allora che i vincoli sono MAL DISPOSTI, o RIDONDANTI



la cerniera impone che il centro si trovi in A.

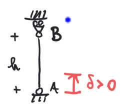
$\underline{u}_B$ è $\perp$ a AB

$\underline{n} \,//\, \underline{AB} \Rightarrow \underline{u}_B \perp \underline{n}$

il carrello è ridondante.

Oss: nel caso di sistema degenere, alla non unicità della soluzione banale del pb. omogeneo si accompagna la NON esistenza di soluzioni per alcune assegnazioni dei cedimenti.

ESEMPIO



$u_A = \delta$

$v_A = 0$

$0 = u_B = u_A - \vartheta \cancel{x}_B \Rightarrow u_A = 0$

sistema cinematicamente impossibile

Forma matriciale

$\underline{A}$ rango 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ \vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \delta \\ 0 \end{bmatrix}$$

Rouché - Capelli

$$A \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \delta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \delta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \leftarrow \det \neq 0$$

minore di ordine 3

$\Rightarrow$ rango 3

rango $\underline{A}' >$ rango $A \Rightarrow$ non esiste soluzione